

Una aplicación de la carta de control para medias y rangos (\bar{X} -R) y análisis de capacidad del proceso – (ACP), en el proceso de la producción de sobres de azúcar personalizados bajo el supuesto de normalidad

An Application to the Control Chart for Means and Ranges (\bar{X} -R) and a Process Capability Analysis (PCA), in the Process of Production of Personalized Sugar Envelopes under the Assumption of Normality

Jairo Adolfo Torres Velásquez¹

¹<https://orcid.org/0000-0001-6455-1811> Politécnico Colombiano Jaime Isaza Cadavid, Colombia, jatorres@elpoli.edu.co

Fecha de recepción: 19/03/2019 Fecha de aceptación: 22/08/2019



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-No comercial-SinObraDerivada 4.0 internacional.

DOI: doi.org/10.18041/1794-4953/avances.15130

Como citar: J. Torres Velásquez, «Una aplicación de la carta de control para medias y rangos (\bar{X} -R) y análisis de capacidad del proceso (ACP), en la producción de sobres de azúcar personalizados bajo el supuesto de normalidad» Avances, vol. 16, n.º 2, sep. 2019. <https://doi.org/10.18041/1794-4953/avances.15130>

Resumen

La aplicación de herramientas estadísticas son un medio, mas no un fin, para controlar la calidad en los procesos de elaboración de producto bajo estándares establecidos. En este artículo se presenta una aplicación de las cartas de control para medias y rangos y un análisis de capacidad del proceso para evaluar el comportamiento del peso en la elaboración de sobres de azúcar personalizados bajo el supuesto de normalidad. Inicialmente, se realizaron las estadísticas básicas y prueba de normalidad y, posteriormente, se lleva a cabo las cartas de control y cálculo de los índices de capacidad del proceso como el Cp y Cpk. Las cartas muestran un proceso controlado estadísticamente y un análisis de capacidad de proceso que identifica posibilidades de mejora.

Palabras clave: análisis de capacidad del proceso, carta de control, límites de control, límites de especificación, supuesto de normalidad.

Abstract

The application of statistical tools is a means but not an end for to control the quality in the product elaboration processes under established standards. This article presents an application of the control charts for Means and Ranges and a Process Capability Analysis to evaluate the behavior of the variable weight in the elaboration of personalized sugar envelopes, under the assumption of normality. Initially, the basic statistics and some tests such as the normality test are presented. Then, the control charts and calculation of the process capability indexes such as Cp and Cpk are carried out. The charts show a statistically controlled process and subsequently a Process Capability Analysis that identifies possibilities for improvement.

Keywords: Assumption of normality, control chart, control limits, process capability analysis, specification limits.

Introducción

En la actualidad, la competitividad ha hecho que las empresas se esfuercen por elaborar productos que cumplan los estándares de calidad requeridos por el cliente, y para ello han diseñado e implementado técnicas de control estadístico de los procesos.

Con estas técnicas se busca que las características de calidad del producto estén bajo control durante su proceso de fabricación y cumplan con las especificaciones que lo hacen apto para el consumo. Para llevar a cabo este control, las empresas utilizan herramientas estadísticas que permiten monitorear dichas características, a fin de identificar causas especiales de variabilidad que impidan cumplir con la calidad requerida del producto [1]. Esto ha suscitado un gran interés por parte de las empresas, ya que la razón por la cual se presentan estos problemas, generalmente, se puede dar por diferentes causas relacionadas con errores humanos, materiales inadecuados, falta de mantenimiento de las máquinas, entre otros.

Entre las herramientas estadísticas para controlar los procesos comúnmente utilizadas están las cartas de control de Shewhart [2], las cuales permiten analizar el comportamiento del nivel medio del proceso, además de su variabilidad. Por otro lado, están los gráficos de control de sumas acumuladas (CUSUM) y los gráficos de control de promedio móvil ponderado exponencialmente (EWMA), que identifican cambios de pequeña magnitud en la variable del producto [3]. Existen otros gráficos especiales que permiten análisis multivariados, métodos no paramétricos, etc.

El objetivo del presente trabajo es llevar a cabo una aplicación de las cartas de control de Shewhart, bajo el supuesto de normalidad, y el análisis de capacidad del proceso (ACP) en la elaboración de sobres de azúcar personalizados, con el fin de identificar causas especiales de variabilidad en la variable peso del producto. El primer método busca evaluar la estabilidad y control del proceso, y el segundo, determinar el grado de cumplimiento de este con las especificaciones o estándar del producto. La metodología propuesta sigue los lineamientos teóricos de cada tema y una relación de complementariedad de ambos métodos, de tal manera que permitan al lector entender el alcance de cada uno con sus respectivas pruebas de hipótesis por tratarse de estimaciones.

Para evaluar la variable peso del sobre de azúcar personalizado se construyen las cartas de control para medias y rangos, previa evaluación de cumplimiento de normalidad mediante pruebas de hipótesis. El resultado muestra que la variable se encuentra en estado bajo control, o sea, se presentan únicamente causas comunes o aleatorias de variabilidad. Seguidamente se realiza el ACP, en el cual se determina la incapacidad por parte del proceso en la variable de cumplir con las especificaciones de calidad y se estima en el largo plazo un porcentaje de unidades disconformes.

Los métodos de control de calidad aquí presentados, mediante un análisis de caso aplicados a un proceso real, puede servir de referente a aquellas empresas, especialmente manufactureras, que quieren iniciar con la aplicación de herramientas estadísticas para medir sus procesos, las cuales además hacen parte de uno de los requisitos para la implementación de estándares internacionales como es el caso de la Norma ISO 9001 de calidad.

1. Fundamentos teóricos y metodológicos en el uso de las cartas de control de Shewhart y el ACP

Las herramientas para el control de la calidad datan de finales del primer cuarto del siglo XX. Precisamente, Walter Andrew Shewhart [2], con los llamados *gráficos o cartas de control*, fue el primero en aplicar métodos estadísticos al control de la calidad. Con estas cartas de control se podía aseverar si el proceso de manufactura presentaba una variabilidad natural o si dicha variación se debía a causas especiales o comúnmente llamadas asignables. De esta manera, un proceso estaba controlado estadísticamente o estable cuando se comprobaba con un determinado número de datos (muestras) que su comportamiento era predecible, es decir, solo presentaba causas comunes (o aleatorias) de variabilidad; de lo contrario, se debía decidir que estaba fuera de control estadístico, porque se encontraba presente en ellas causas especiales de variabilidad. Cabe resaltar que las causas comunes son inherentes al proceso y no representan problema alguno; las causas especiales, sí [1].

Más tarde, en la década de los cuarenta se aplicaron las tablas de muestreo para inspeccionar la recepción de materias primas o llevar a cabo el denominado *muestreo de aceptación*, con las llamadas tablas aplicadas para usos militares, que dieron lugar a la Military Standard 105D de muestreo de aceptación para atributos y las Military Standard 414 para muestreo de aceptación de variables. Posteriormente, a mitad de siglo se diseñaron los CUSUM y los EWMA, con los cuales se identificaron cambios de pequeña magnitud en la variable del producto, la cual es una falencia en los gráficos de control de Shewhart. Al respecto [4] tratan el tema citando a Yany y Makis (1997).

Una de las cartas de control diseñadas por Shewhart (1986) es la Carta para medias y rangos (\bar{X} -R), la cual es de gran utilidad cuando se quiere controlar una variable continua de un producto que se elabora de forma masiva, es decir, un considerable número de artículos o partes de componente durante un lapso de tiempo pequeño [3].

La carta consiste en tomar K muestras cada un tamaño (n) a determinados intervalos de tiempo. Así, se tabulan los datos y se procede a calcular los límites de control para luego elaborar el gráfico. Existen algunas aplicaciones especiales en la utilización de esta carta; autores como [5] muestran un uso específico de la carta R, en la cual esta se modifica para permitir que los intervalos de tiempo entre las muestras puedan ser variables, además de detectar más rápido cambios en la variabilidad de un proceso.

Para la construcción de las cartas de control (\bar{X} -R) se calculan los límites de control, como se muestra en la Ttabla 1,. Los valores \bar{X} y R se obtienen al promediar los valores de las medias de cada muestra y las medias de los rangos, respectivamente. Luego estas muestras se grafican usando como referencia los límites de control calculados tanto para la carta de medias (carta \bar{X}) como para la carta de rangos (carta R).

Tabla 1. Fórmulas para el cálculo de los límites de control

<p>Límites de control carta \bar{X}</p> $LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$ $LC = \bar{\bar{X}}$ $LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$	<p>Límites de control carta R:</p> $LSC = D_4 * \bar{R}$ $LC = \bar{R}$ $LIC = D_3 * \bar{R}$	<p>Donde:</p> <p>LSC: límite superior de control</p> <p>LC: línea central</p> <p>LIC: límite inferior de control</p> <p>A_2, D_4 y D_3 son constantes que dependen del tamaño de muestra n</p>
---	---	--

Fuente: tomado de Montgomery [1].

Para comprobar la estabilidad en el proceso (estado bajo control) es necesario que no se encuentren puntos (valores muestrales) por fuera de ninguna de las dos cartas, tampoco que existan patrones de comportamiento en el interior de ellas que indiquen inestabilidad, especialmente en la carta \bar{X} , ya que en la carta R puede no existir simetría por la naturaleza de su distribución, la cual no se presenta como una curva normal. En caso de encontrarse puntos por fuera de los límites de control en cualquiera de las dos cartas, se entenderá que la variable no está controlada estadísticamente y se procederá a identificar las causas especiales o asignables que ocasionan dicha variabilidad, con el fin de corregir el problema [6].

Para construir esta carta de control se ha supuesto que la distribución de la característica de calidad proviene de una distribución normal; sin embargo, los resultados siguen siendo aproximadamente válidos, incluso cuando la distribución fundamental no es normal, debido al teorema del límite central [1]. Para el análisis de datos provenientes de distribuciones no normales se han desarrollado otros métodos; por ejemplo, [7] presentan el sistema de familias de distribuciones de Johnson, que consiste en determinar la forma de distribución de los datos para realizar su transformación y poder aplicar las cartas de control correspondientes. Para superar el supuesto de normalidad, algunos autores, como Choobineh y Ballard, citados en [8], proponen una metodología heurística para construir cartas para la media de un proceso cuando la distribución de los datos está sesgada (asimétrica) o también los gráficos de control basados en los métodos *bootstrap*.

Otra de las cartas de control de Shewhart comúnmente utilizada es la carta para medias y desviaciones estándar (\bar{X} -S), la cual es usualmente empleada cuando se desea tener mayor potencia para detectar cambios pequeños en el proceso. Para ello cual sería necesario incrementar el tamaño de muestra o subgrupo ($n > 10$) [3]. Tanto las cartas (\bar{X} -R) como las (\bar{X} -S) se emplean usualmente empleadas en análisis univariados.

En el caso multivariado, las cartas de Shewhart, CUSUM y EWMA han monitoreado los parámetros del proceso, como medias y varianzas [9]. Su objetivo es identificar causas especiales relacionadas con variables que son independientes y que no estén influenciadas por el comportamiento de otras variables del proceso. Uno de los primeros métodos del control estadístico de procesos multivariados lo implementó Harold Hotelling, en 1947, al proponer la carta de control T^2 para monitorear más de una variable o características de calidad en un proceso de forma conjunta [10].

Estudios realizados muestran la aplicabilidad de estos métodos estadísticos multivariados de control de calidad, por ejemplo, el aporte realizado por [11], en el cual elaboró la carta de control multivariada para determinar los parámetros en el proceso de fabricación de resortes de compresión en acero inoxidable. El mismo autor referencia los trabajos realizados por Jackson y Morris (de 1957), Wooldall y Ncube (de 1985), Lowry et al. (2001), entre otros, los cuales utilizan diversas técnicas de control estadístico multivariado en sus estudios. La tabla 2 muestra algunos otros estudios recientes sobre estas técnicas de control de calidad aplicados a algunos sectores de la industria manufacturera.

Tabla 2. Algunos trabajos de aplicación de las cartas de control estadístico

Autor	Trabajo-estudio	Descripción (propósito)
M. Riaz y S. Akber (2016)	Nonparametric double EWMA control chart for process monitoring	Presenta la aplicación de un gráfico de control EWMA, cuando no se conoce la distribución de los datos en la variable analizada (no paramétrica) y en el cual se evalúa el rendimiento del uso de este.
P. Subhash; y S. Digambar (2016)	Economic design of a nonparametric EWMA control chart for location	Los autores proponen un diseño económico de gráfico de control de EWMA basado en la estadística de signos para controlar la ubicación del parámetro del proceso y el cual puede ser aplicado a cualquier proceso, ya sea que tenga o no una forma de distribución de los datos conocida o desconocida.
A. Contreras et al. (2012)	Monitoreo y control de un proceso normal multivariado	Se propone una metodología para monitorear y controlar procesos normales multivariados, integrada por la gráfica de control T ² de Hotelling, la cual detecta señales de fuera de control.
L. Romero et al. (2017)	Control estadístico para el monitoreo del proceso de corte de pastillas de jabón	Aquí se realiza una aplicación a las cartas de control Shewhart tradicionales en comparación con las cartas con memoria EWMA. Se llegó a la conclusión que estas últimas son más apropiadas para detectar pequeños desajustes con mayor rapidez.

Fuente: elaboración propia a partir de los autores consultados.

Después de tratados algunos de los aspectos teóricos relacionados con las cartas de control se hace necesario presentar algunos conceptos básicos previos a la construcción de cartas de control y el ACP, los cuales se muestran en el siguiente apartado.

1.1. El concepto de precisión y exactitud en el análisis de una variable

Al evaluar el comportamiento de una variable (medible) en un producto se busca determinar su conformidad con las especificaciones de calidad; pero a la luz de que ella tenga un comportamiento estable a través del tiempo. Aquí es importante hablar del concepto de precisión y exactitud (o centramiento), entendiendo el primero como la variabilidad intrínseca de un conjunto de datos o valores, es decir, cuán variables están los datos del proceso respecto de su valor medio, en tanto que el centramiento se refiere a la cercanía del valor medio (o real) al valor de referencia (o valor nominal o del cliente), o sea, lo cercano que está el valor de la media del proceso en cuanto a la especificación media establecida por el cliente. En la figura 1 se puede entender mejor este concepto mediante el ejemplo del proceso de llenado de un producto llevado a cabo en paralelo por dos máquinas A y B, donde la primera presenta los datos de una distribución normal, pero el nivel medio del llenado es inferior al valor nominal, mientras en la máquina B, también con datos distribuidos normal, se observa un llenado más variable (menos preciso), pero con un nivel medio aproximadamente igual al valor nominal o especificado.

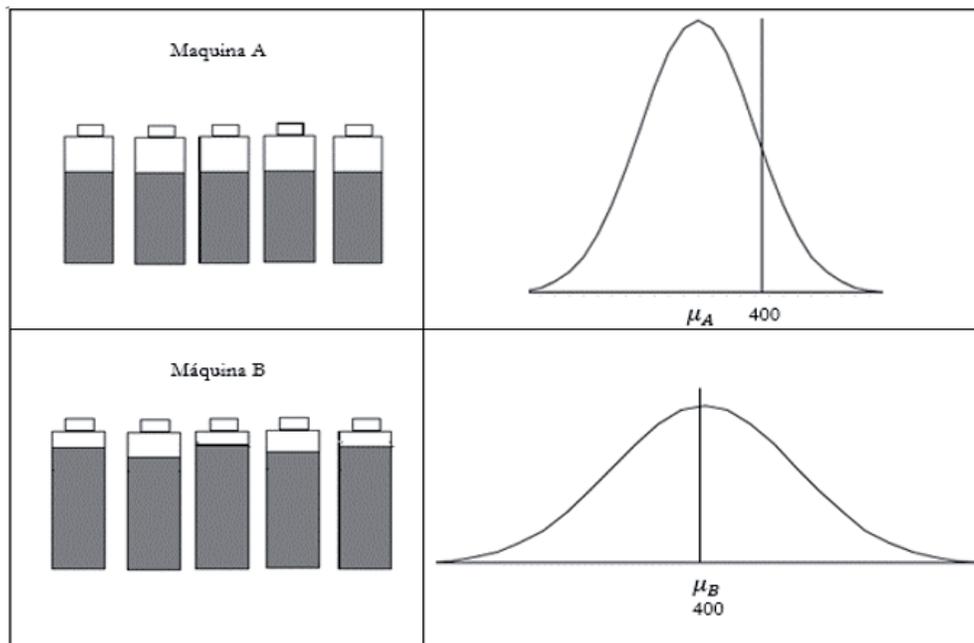


Figura 1. Exactitud y precisión en el proceso de llenado
Fuente: elaboración propia.

Otro aspecto importante al referirse a características de calidad medibles en el producto es que estas, a su vez, se clasifican en variables de salida o respuesta, las cuales reflejan los resultados obtenidos en el proceso; entre tanto, las variables de entrada (variables causa) repercuten directa o indirectamente en las primeras [3]. Al identificarse en la característica de calidad la variable de estudio, una excesiva variabilidad que afecta la calidad del producto, esta puede ser la respuesta a un problema o a una variable controlable o de entrada relacionada, por ejemplo, con la velocidad de la máquina, la presión, la temperatura fijada, entre otras [12].

1.2. Supuesto de normalidad

Algunos de los modelos utilizados para llevar a cabo un análisis de una variable parten de que los datos tienen un comportamiento aproximadamente normal, como se dijo atrás. Existen varias pruebas para evaluar este supuesto, como los gráficos de normalidad Q-Q plots, el test de Kolmogorov-Smirnov, la prueba de Shapiro-Wilks, Shapiro-Francia y la prueba de Anderson-Darling. Esta última se seleccionó para verificar la normalidad en los datos del presente trabajo. Estudios de simulación como el de [13] demostraron que la prueba de Anderson-Darling, junto con la de Shapiro-Francia, son algunas de las más eficientes para distribuciones simétricas.

1.3. Análisis de capacidad del proceso

Otro aspecto importante en el control estadístico es determinar si la variable, como característica clave, es capaz de cumplir con las especificaciones del producto; en otras palabras, analizar la relación de la variabilidad (o capacidad) del proceso a la luz del requerimiento del cliente. Para llevar a cabo el ACP se utilizan algunos índices, entre ellos el de capacidad potencial del proceso (C_p) y el índice de capacidad real (C_{pk}); el primero mide la variabilidad o precisión (en relación con las especificaciones), y el segundo, el “centramiento” de la media del cliente (especificación) con respecto a la media del proceso μ .

El índice Cp es una de las medidas más comunes de la capacidad del proceso en relación con los límites de especificación [14] y se calcula con la ecuación (1), donde el valor $\hat{\sigma}$ es la desviación estándar estimada del proceso. Este índice Cp, en realidad, mide la variabilidad del proceso a la luz del cliente, es decir, si la variable del proceso es lo suficientemente precisa como para tener capacidad potencial de cumplir con las especificaciones (del cliente).

$$C_p = (LSE - LIE) / 6\hat{\sigma} \quad (1)$$

La figura 2 muestra de forma esquemática su interpretación, de tal forma que un $C_p < 1$ indica que el proceso no sería capaz de cumplir con las especificaciones, así su valor promedio μ estuviese centrado en el valor medio de estas μ_c . De esta manera, presenta un determinado porcentaje de unidades fuera de dicho(s) límite(s) especificados. Se observa también que si el Cp es mayor que 1,33, indica una situación ideal si hubiese centramiento en el proceso, es decir, si la media de este tuviese un valor aproximado al valor medio de la especificación del cliente ($\mu \approx \mu_c$). Una conclusión interesante, también observada en la figura 2, es que como el Cp mide realmente la variabilidad (o capacidad) del proceso (base de la curva normal seis sigmas) en relación con las especificaciones (o banda de tolerancia), entonces, para cualquier caso se requiere conocer si está centrado para determinar si realmente cumple con dichas especificaciones y no se encuentran unidades disconformes.

Por otro lado, está el índice C_{pk} , el cual se calcula como se muestra en la ecuación (2). Este mide el centramiento del proceso de tal manera que si $C_p > C_{pk}$, entonces la media del proceso es diferente al valor medio de la especificación o valor nominal ($\mu \neq \mu_c$). Además, si $C_p \approx C_{pk}$, quiere decir que $\mu \approx \mu_c$, o sea, que el proceso está centrado.

$$C_{pk} = \text{Min}(C_{pks} = (LSE - \hat{\mu}) / 3\hat{\sigma}; C_{pki} = (\hat{\mu} - LIE) / 3\hat{\sigma}) \quad (2)$$

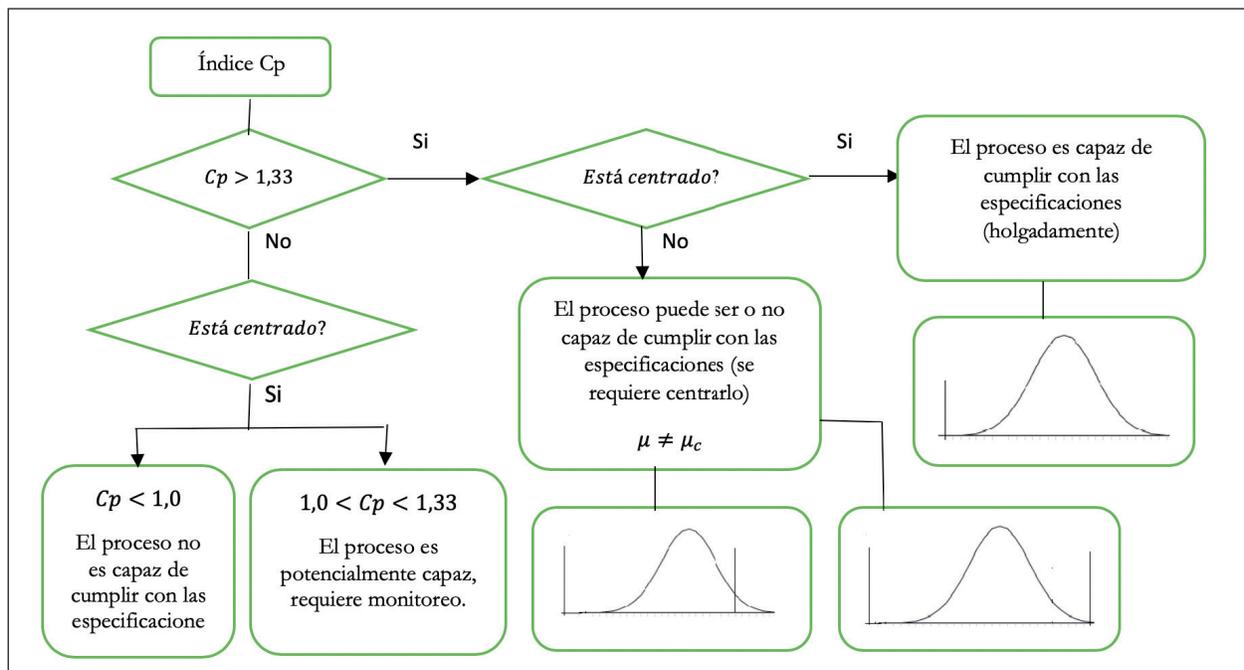


Figura 2. Esquema índice de capacidad potencial (Cp) y capacidad real (Cpk)
Fuente: elaboración propia.

Otra medida de capacidad del proceso es la establecida por [14], y es el C_{pm} , que mide la variabilidad, está centrada en el proceso de forma simultánea y se calcula con la ecuación (3), en la cual $\hat{\mu}$ y μ_c son la media del proceso estimada y la especificación nominal (dada por el cliente), respectivamente. Cuando el C_{pm} es menor que 1, significa que el proceso no cumple con las especificaciones, ya sea por problemas de centrado o por exceso de variabilidad [3]. Este índice se diferencia de los demás índices de capacidad, porque en la fórmula contiene el valor nominal μ_c , lo cual prevé que la mejora de un proceso debe estar enfocada en disminuir su variación, además cumplir las especificaciones técnicas del producto [15].

$$C_{pm} = (LSE - LIE) / 6\sqrt{\sigma^2 + (\hat{\mu} - \mu_c)^2} \quad (3)$$

2. Análisis inicial del peso en el proceso de elaboración de sobres personalizados de azúcar

Para aplicar las herramientas estadísticas de control de calidad planteadas en este trabajo se seleccionó la elaboración de sobres de azúcar personalizado, con especificación del producto de $5,0 \pm 0,4$ gramos, lo que quiere decir que se esperaba que no se acepten unidades por fuera de este rango. Tales especificaciones están definidas por la empresa de acuerdo con estándares que ellos establecen en la ficha técnica del producto, y parten desde su diseño mismo.

Cabe resaltar que las especificaciones del producto, generalmente, vienen establecidas por requerimientos técnicos que, en muchos casos, son de alto grado de criticidad. Un ejemplo es el sector de la construcción, en el cual se recibe el material cemento en bultos (o grandes bolsas de empaque); estos requieren un grado de exactitud y precisión que son estrictos para que la estructura de la construcción cumpla con los estándares de resistencia y estabilidad requeridos en la obra.

Para el caso de aplicación de este trabajo, la elaboración de sobres personalizados de azúcar, se tomaron 20 muestras, cada una de 4 unidades (sobres de azúcar), con una frecuencia de 5 minutos entre ellas, aproximadamente. El criterio para la selección de las muestras parte de la propuesta de elaborar las cartas de control para medias y rangos (\bar{X} -R), a fin de evaluar el comportamiento del peso medio de los sobres de azúcar y su variabilidad, además el cumplimiento con el estándar o especificación, la cual se evalúa mediante el ACP.

Antes del análisis, obsérvese en la figura 3 un diagrama simplificado del proceso de elaboración de este producto, el cual se enfoca en la etapa final (llenado y sellado de sobres de azúcar), entendiendo que es un producto elaborado a gran escala, cuya velocidad de producción equivale a aproximadamente 500 unidades del producto por minuto.

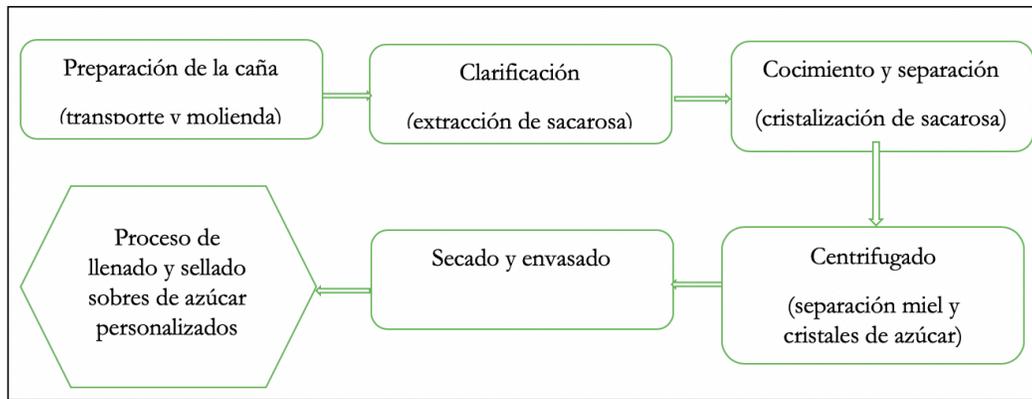


Figura 3. Proceso simplificado de la e
Fuente: elaboración propia.

2.1. Supuesto de normalidad para aplicar el modelo

Un paso inicial para el análisis es la comprobación de normalidad de los datos mediante un contraste de hipótesis, el cual es de suma importancia, ya que los modelos de control estadístico que se van a emplear aquí suponen el cumplimiento de este supuesto. El planteamiento de hipótesis es el siguiente:

H_0 : La muestra proviene de una distribución normal

H_a : La muestra no proviene de una distribución normal

Nivel de confianza: 95 %

Según la prueba de Anderson-Darling, como el valor de p de 0,054 es mayor que el nivel de significancia ($\alpha=0,05$), quiere decir que no se rechaza la hipótesis nula de normalidad, es decir, los datos se pueden modelar como una distribución normal, asumiendo un nivel de confianza del 95%. Dicha decisión se ratifica observando la cercanía de los datos a la línea de la distribución normal ajustada o el gráfico de probabilidad normal (línea central graficada en la figura 4). También se puede visualizar el ajuste de los datos a la curva normal (que tiene forma de campana) en la misma figura.

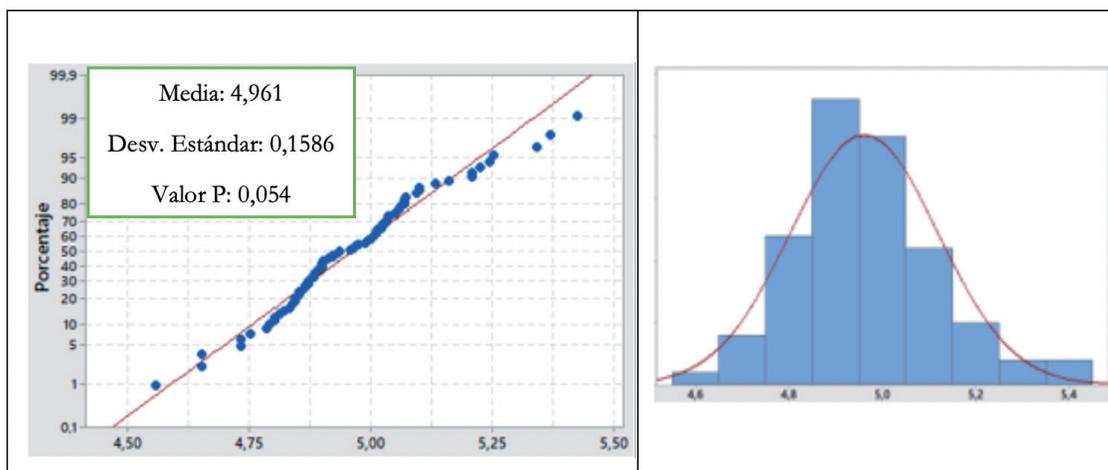


Figura 4. Probabilidad normal para el peso de sobres personalizados de azúcar. Fuente: elaboración propia.

2.2. Planteamiento de hipótesis para estimar la media del proceso μ

Esta otra comprobación busca determinar si el contenido medio en los sobres de azúcar es coherente con lo especificado de 5,0 gramos, lo cual se verifica mediante la estimación de la media μ de dicho proceso con un contraste de hipótesis e intervalo de confianza, como se muestra en la tabla 3, en la cual se puede observar que el valor de p ($0,030$) $>$ α ($0,01$). Por lo tanto, no se rechaza la hipótesis nula, es decir, con un nivel de confianza del 99% se puede afirmar que el promedio del peso de los sobres de azúcar en el proceso no es estadísticamente diferente de 5,0 gramos, es decir, no hay evidencia real para afirmar lo contrario, y ello significa el supuesto inicial de cumplimiento en el requisito de “centramiento” en el proceso. Además, con el mismo nivel de confianza se estima que este valor de la media se encuentra entre los valores de 4,914 gramos y 5,008 gramos, y con esto se comprueba que dicho intervalo contiene el valor de 5,0 gramos especificado en el empaque del producto (sobre de azúcar).

Tabla 3. Contraste de hipótesis para estimar la media del proceso μ

Contraste de hipótesis	Datos de la muestra	Condición
$H_0: \mu = 5,0 \text{ gramos}$ $H_a: \mu \neq 5,0 \text{ gramos}$ Nivel de confianza: 95 %	Tamaño de muestra: $n = 80$ Media muestral: $\bar{x} = 4,96$ Desviación estándar: $s = 0,158$	Las condiciones con respecto a la interacción de los recursos y tecnología deben ser constantes.
$Vp(0,0307) > \alpha (0,01)$		
Intervalo de confianza para μ : $4,914 \leq \mu \leq 5,008$		

Fuente: elaboración propia.

3. Resultados de cartas de control, ACP y discusión

3.1. Elaboración de las cartas de control

Se lleva a cabo un análisis para determinar la estabilidad del proceso con las cartas de control de Shewhart, específicamente la carta para medias y rangos (\bar{X} -R). Esta presenta una alta potencia para tamaños de muestra (n), de moderados a pequeños [1]. Las condiciones de muestreo son seleccionar 20 muestras cada una de tamaño 4, en intervalos de máximo de 5 minutos. Vale la pena aclarar que se escogieron estas cartas de control porque el interés no radicaba en analizar corrimientos pequeños en las medias muestrales, que para tal caso se utilizarían las cartas CUSUM o las EWMA, según sea el caso [16].

La figura 5 muestra el resultado de las cartas de control, en las cuales se puede observar que el proceso es estable (no hay puntos por fuera, tampoco patrones, como tendencias, ciclos, etc., que incluso muestren estados de alerta). En [17] se puede consultar información sobre los principales patrones en las cartas de control; adicionalmente, la prueba hipótesis da como resultado no rechazar la hipótesis de que el proceso está en estado de control estadístico con un nivel de confianza del 95%. Esto significa que la probabilidad de que aparezcan cero o más puntos fuera de los límites de control, solo por el azar, es de 1, esto si los datos provienen de una distribución normal, como se dijo anteriormente.

Otro resultado que se puede observar en la carta de control \bar{X} de la figura 5 es que el proceso se presenta altamente estandarizado, ya que los puntos en el interior de la carta no se localizan cerca del límite superior ni del inferior, lo cual posibilitaría trabajar con límites de control 2,5 sigma e incluso con 2,0 sigma, como se puede observar en los límites interiores de esta carta.

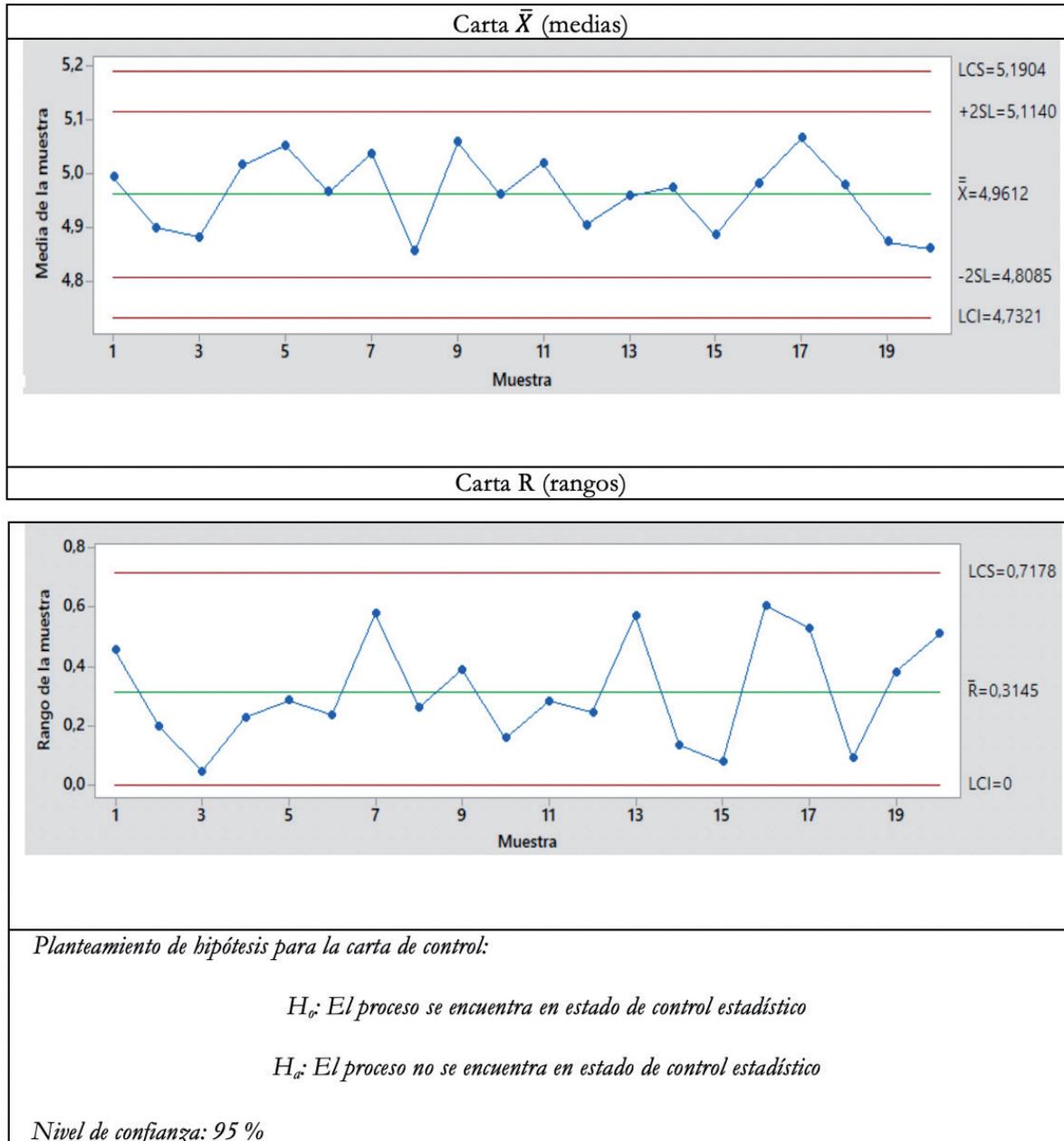


Figura 5. Carta de control \bar{X} -R para los pesos sobres personalizados de azúcar
 Fuente: Elaboración propia.

Es importante aclarar que el hecho de que el proceso se encuentre bajo control o estable, como en este caso, no necesariamente significa que sea totalmente satisfactorio, ya que existen otros factores para que lo sea, por ejemplo, la habilidad para cumplir con especificaciones del cliente,

compatibilidad con otras partes del proceso y los costos [14]. Por eso se hace necesario realizar el ACP, el cual compara los datos generados en el proceso con sus especificaciones de calidad o tolerancia. En el siguiente apartado se evaluará este aspecto.

3.2. Determinación de la capacidad del proceso

Para el ACP de los sobres personalizados de azúcar de 5,0 gramos, se determinó inicialmente, mediante la prueba de hipótesis, que los datos en la variable se asemejaban a una distribución normal, y que el proceso, según la carta, está controlado estadísticamente. Ello da vía libre para llevar a cabo la relación entre la variabilidad (la distancia de la base de la curva seis sigma) de los datos a la luz de las especificaciones del cliente, las cuales están definidas como $5,0 \pm 0,4$ gramos, como se estableció al inicio.

Los cálculos llevados a cabo se muestran en la figura 6, en la cual se puede observar que el índice C_p (0,79) < 1, lo que indica que es mayor la distancia de los límites naturales que forman la curva normal (la base seis sigmas) que la tolerancia especificada del producto, por lo que se encuentra claramente un problema de precisión o variabilidad. Adicionalmente, se observa que el C_p (0,79) > C_{pk} (0,71), lo que indica un leve alejamiento entre la media del proceso $\mu=4,96$ y la media de la especificación $\mu_c=5,0$, el cual es poco representativo, ya que la prueba de hipótesis que se planteaba atrás, de que la media de 5,0 gramos, no fue rechazada. Se observa, además, en la figura 6 que el índice C_{p^*} , estimado con un 95% de confianza, se encuentra entre los valores 0,66 y 0,91; mientras que el índice C_{pk} está entre 0,58 y 0,84. Esto es importante establecerlo, ya que estos índices de capacidad son valores estimados, mediante el uso de muestras.

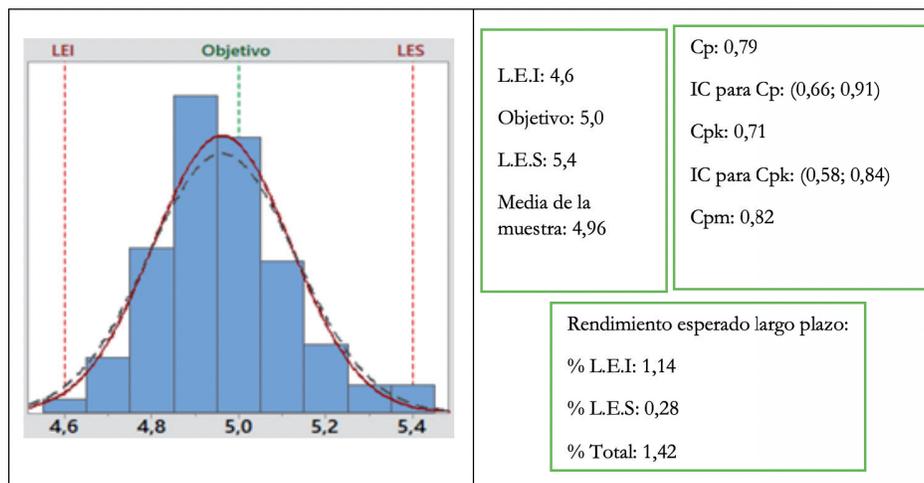


Figura 6. ACP para la variable peso sobre de azúcar
Fuente: elaboración propia.

Otro aspecto importante para evaluar en la figura 6 es que el proceso presenta un 1,42% de unidades fuera de especificación esperadas en el largo plazo, por exceso de variabilidad a la luz de su especificación de calidad. Cabe notar que esta interpretación es válida, primero, bajo el supuesto de normalidad que se demostró anteriormente con la prueba de hipótesis y también la estabilidad del proceso, evaluado mediante la carta de control, la cual en este caso fue para medias y rangos [1].

Con respecto al C_{pm} , este dio un resultado de 0,82, lo que significa que el proceso no cumple con las especificaciones (esto ocurre con valores de C_{pm} menores a 1,0) [3]. Pero el problema no

radica en el centramiento, pues para determinar si es significativo el corrimiento de la media del proceso con relación al valor nominal se utilizó en el índice de exactitud K, el cual se determina con la ecuación (4), que para nuestros datos da como resultado un valor del 9,75%. Ello indica que la media del proceso está alejada en ese porcentaje respecto a la media de la especificación μ_c ; según [3] valores porcentuales de K menores al 20% se consideran aceptables.

$$K = [(\hat{\mu} - \mu_c) / (0,5(ISE-LIE))] * 100 \% \quad (4)$$

3.3. Límites de control y límites de especificación

Es importante aclarar la diferencia entre los límites de control en la carta y los límites de especificación en el ACP. Los límites de control en la carta se construyen con datos del proceso en la variable objeto de análisis (el peso del sobre de azúcar en este caso) y los límites de especificación (o tolerancia) se establecen bajo estándares requeridos en el producto, comúnmente consignados en su ficha técnica. Los límites de control en la carta \bar{X} se definen como el promedio más o menos tres veces su error estándar ($\bar{X} \pm 3\sigma_{\bar{X}}$) y se construyen con las medias muestrales tamaño (n) del proceso [18];¹ mientras que las especificaciones de calidad del producto, ya sean unilaterales o bilaterales, son definidas por estudios, requerimientos del cliente o estándar del mercado. Ahora, para el ACP se analiza la relación entre los límites de especificación y la longitud seis sigma de la curva normal (en caso de existencia de normalidad) formada con valores individuales; entre tanto, la carta de control \bar{X} se forma con la interacción de las medias muestrales en el tiempo para un tamaño de muestra $n > 1$, como en este caso.² Vale la pena resaltar que para llevar a cabo un ACP, es necesario tener un proceso estable, es decir, controlado estadísticamente [14]. Para el análisis de la variable peso de sobres personalizados se puede observar en la figura 7 que en la carta \bar{X} se muestran además de los límites de control, los límites de especificación superior e inferior, con valores de 5,4 y 4,6, respectivamente. Es claro que las medias muestrales están tanto dentro de los límites de control como dentro de los límites de especificación, pero es preciso recordar que el ACP se lleva a cabo con los límites de especificación en relación con los límites naturales de la curva normal para valores individuales, no con los límites conformados en la carta de control.

De acuerdo con lo expresado por [1] y [14], en la actualidad, el uso de estos índices de capacidad del proceso, como el C_p y C_{pk} , se están mal empleando, ya que con frecuencia se observa que se toma una muestra sencilla, generalmente pequeña, y con dichos valores se calculan los índices. Cabe recordar también que hay factores que deben ser constantes en el tiempo para hacer una apreciación más acertada del proceso, como la tecnología empleada, el nivel de capacitación del personal, los métodos utilizados, entre otros.

¹ Por teorema $\bar{X} = \mu$ o también $E[\bar{X}] = \mu$, establece que la esperanza matemática de la media muestral equivale a la media poblacional [18].

² Para un $n = 1$ se construye la carta de control para mediciones individuales.

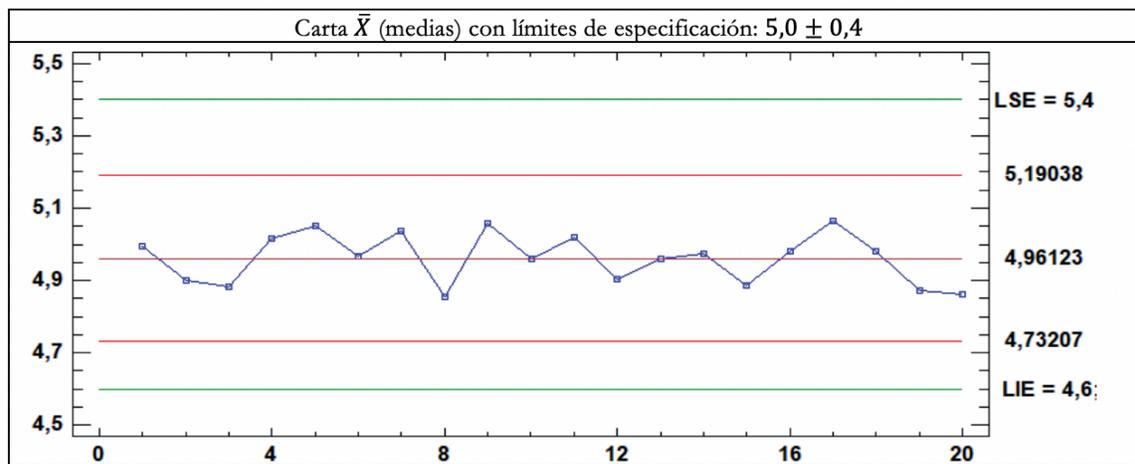


Figura 7. Carta \bar{X} (medias) con límites de especificación
Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

Para aplicar las cartas de control para medias y rangos, se comprobó inicialmente el supuesto de normalidad de la variable peso del sobre de azúcar personalizado con la respectiva prueba de hipótesis. Al construir los gráficos se encontró, tanto para la carta de análisis de la media muestral (carta \bar{X}) como para la carta R (rangos de las muestras), un proceso estable o controlado, es decir, sin presencia de causas especiales de variabilidad que indiquen un problema en él, ya que no se encontraron puntos por fuera ni patrones no aleatorios en las cartas.

Seguidamente, al realizar el ACP se encontró que este no tenía capacidad para cumplir con las especificaciones de calidad, lo cual se evidenció con el cálculo del índice C_p con valor inferior a 1,0. Esto condujo a estimar un porcentaje de unidades por fuera de dichos límites de especificación, lo cual se explica por la excesiva variación de los datos en la variable analizada en relación con la tolerancia especificada del producto.

Cabe aclarar que, en ocasiones, ser incapaz de cumplir con las especificaciones o estándar del producto no necesariamente es consecuencia de procesos ineficientes, ya que algunas veces factores como la tecnología utilizada impiden el cumplimiento de dicho estándar; puede darse que se establecen estándares de calidad altos para la elaboración de productos que utilizan tecnologías duras de baja capacidad productiva, los cuales generan procesos con niveles de variación grandes no capaces de cumplir con especificaciones de calidad.

En el análisis del centramiento o exactitud de la variable se evidencia tanto en las cartas de control como en el ACP que el valor medio del proceso (el promedio del peso de los sobres de azúcar) es estadísticamente cercano al valor medio de la especificación o valor nominal, lo que lleva a concluir que se tiene un proceso con buen grado de exactitud.

Las pruebas de hipótesis llevadas a cabo en este trabajo fueron de gran ayuda para calcular los parámetros en cuestión, ya que al utilizar muestras aleatorias, se estimaron con un nivel de confianza determinado, utilizando el valor de p , el cual está definido como el nivel de significación más bajo que llevará al rechazo de la hipótesis nula H_0 con los datos dados [19]. Cabe mencionar también que dichas pruebas permitieron identificar la distribución

normal en los datos, además de sustentar los resultados de la carta de control y el ACP. Se pone a consideración para trabajos futuros la aplicación de estas técnicas cuando la forma de distribución de los datos no es normal.

Referencias

- [1] D. Montgomery, Control estadístico de la calidad. México: Limusa, 2004.
- [2] W. Shewhart, Statistical Methods from the Viewpoint of Quality Control. New York: Dover, 1986.
- [3] H. Gutiérrez y R. Salazar, Control estadístico de calidad y seis sigma. México: McGraw Hill, 2004.
- [4] R. Peñabuena, O. Oviedo, J. Vásquez y L. Fernández, "Diseño estadístico de cartas de control para datos autocorrelacionados", Rev. Ing. Desarroll., vol. 31, n.º 2, pp. 291-315, 2013.
- [5] A. Moreno y J. Vargas, "Carta de control R con intervalos de muestreo variables", Rev. Colomb. Estad., vol. 23, n.º 1, pp. 15-25, 2000.
- [6] A. Duncan, Control de calidad y estadística industrial. Bogotá: Alfaomega, 2001.
- [7] J.-M. Chou, A. Polansky y R. Mason, "Transforming non-normal data to normality in statistical process control", J. Qual. Tech., vol. 30, pp. 133-141, 1998.
- [8] E. Chaparro y J. Vargas, "Gráficos de control para la media de un proceso en poblaciones con distribución asimétrica", Rev. Colomb. Estad., vol. 23, n.º 2, pp. 29-44, 2000.
- [9] S. Yáñez, N. González y J. Vargas, Cartas de control T2 multivariadas usando SAS y R. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 2011.
- [10] H. Hotelling, Multivariate Quality Control. New York: McGraw Hill, 1947.
- [11] R. Herrera, K. Hernández, E. Figueroa y J. De La Ossa, "Aplicación del control estadístico multivariado para medir la capacidad del proceso de fabricación de resortes de compresión en acero inoxidable", Prospectiva, vol. 16, n.º 2, pp. 49-58, 2018.
- [12] H. Gutiérrez y R. De La Vara, Análisis y diseño de experimentos. México: McGraw Hill, 2008.
- [13] L. Isaza, E. Acevedo y F. Barajas, "Comparación de pruebas de normalidad", documento procedente del XXV Simposio Internacional de Estadística, Medellín, 2015.
- [14] H. Watsworth, K. Setephens y B. Godfrey, Métodos de control de calidad, México: Difusora Larousse de Colombia, 2005.
- [15] J. L. Roncancio Castillo, "El índice de capacidad Taguchi (Cpm) para procesos con doble especificación, una construcción desde MatLab", en Blog Semillas Matemáticas e Ingeniería, 20 de oct. 2017 [en línea]. Disponible: <https://semillas.konradlorenz.edu.co/2017/10/el-%C3%ADndice-de-capacidad-taguchi-cpm-para-procesos-con-doble-especificaci%C3%B3n-una-construcci%C3%B3n-desde-mat.html>
- [16] D. Montgomery, Introduction to Statistical Quality Control, 6th ed., Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2009.
- [17] Western Electric Company, Statistical Quality Control Handbook, 1958.
- [18] J. E. Freund, I. Miller y M. Miller, Estadística matemática con aplicaciones, 6a ed. México: Pearson, 2000.
- [19] D. Montgomery y G. Runge, Probabilidad y estadística aplicada a la ingeniería. México: Limusa, 2007.

