Identificación de la incertidumbre en el proceso estocástico de caudales medios en el río Fonce (San Gil – Santander)

Identification of uncertainty in the stochastic process in mean flows in the river Fonce – (San Gil - Santander)

Katherine Torres Pungo[1], Hebert Gonzalo Rivera[2], María E. Rivera[3], Jorge Brandon Fuentes Bacca[4], María Andrea León Alvarez[5]

[1] *Auxiliar de investigación, Ingeniería Civil, Universidad Militar Nueva Granada, UMNG, Grupo Visión Colombia Hídrica, u1101289@unimilitar.edu.co*
[2] *Ph.D. Ingeniero Hidrológico, Ingeniero Civil, Universidad Militar Nueva Granada, UMNG, Grupo Visión Colombia Hídrica, hebert.rivera@unimilitar.edu.co*
[3] *Ph.D. Facultad de Ingeniería, Universidad de Pamplona, Grupo GIAASA, maes@unipamplona.edu.co*
[4] *Auxiliar de investigación, Ingeniería Civil, Universidad Militar Nueva Granada, UMNG, Grupo Visión Colombia Hídrica, u1101464@unimilitar.edu.co*
[5] *Ingeniera Civil, Universidad Militar Nueva Granada, UMNG, Grupo Visión Colombia Hídrica, u1101266@unimilitar.edu.co*

Fecha de recepción del artículo: 07/04/2015 Fecha de aceptación del artículo: 06/10/2015

Resumen

Con la presente investigación se pretende demostrar que el movimiento del agua del río Fonce interpretado como errático en los valores medios de caudales en la estación hidrológica del IDEAM con sede en San Gil (Santander) es un problema de percepción y realmente su tipificación como proceso estocástico tipo Wiener puede obedecer más a los márgenes de incertidumbre que generan los instrumentos de medición y no tanto a la naturaleza errática del comportamiento del río. Inicialmente se compilaron los datos de los valores medios de caudales del río, posteriormente se consideraron dos casos de desarrollo del trabajo (sin inclusión y con inclusión de la incertidumbre) y con soporte en ello se plantearon los espacios muéstrales, los eventos (para los caudales bajos, medios bajos, medios y altos), las sigmas álgebras, los espacios medibles, los espacios de probabilidad, las variables aleatorias y finalmente el proceso estocástico como tal.

Este trabajo permite concluir que el movimiento aparentemente errático en el comportamiento de los caudales medios del río Fonce puede obedecer a los altos niveles de incertidumbre que genera principalmente el molinete en el aforo del río y no tanto a una propiedad intrínseca en la naturaleza del río. Esto conllevará a plantear nuevas interpretaciones estocásticas para modelar la dinámica de los caudales medios del río Fonce, en las cuales se deberán precisar los errores en las mediciones en forma detallada para cada uno de los instrumentos que se utilizan en las mediciones y en cada uno de los aforos a lo largo de las más de tres décadas de monitoreo.

Este trabajo es resultado del proyecto de investigación UMNG 1770 de 2015, con auspicio financiero de la Vicerrectoría de Investigaciones de la UMNG y se desarrolló en conjunto con la Universidad de Pamplona.

Palabras clave

Caudal, espacio muestral, incertidumbre, sigma álgebra, espacio medible.

Abstract

The aim of this research is to demonstrate that the movement of the Fonce River, interpreted as erratic in the average values of flow, in the IDEAM hydrological station, located in San Gil, is a perception problem and actually its classification as a Wiener stochastic process, could be a result of the uncertainty margins of the metering devices instead of the erratic nature of the river behavior.

At the beginning was collected the average river flow values, then was considered two different cases (with and without uncertainty) and based on that, were established the sample spaces, the events, the sigma algebras, the measurable spaces, the probability spaces, the random variables, and finally the stochastic process itself.

This work lets conclude that the apparently erratic movement in the river behavior average flows of the Fonce river could be a result of the high uncertainty levels generated mainly by the mill of the appraisal of the river instead of an own property of the river nature. This will let to establish new stochastic lectures to model the average Fonce river flows dynamic, in which must be précised the mistakes in the metering in a detailed way for each one of the devices used in the measuring, and in each one of the appraisal for the last three decades of monitoring.

The work was developed under the research project 1770 ING UMNG 2015, with funding of the Investigation´s office and together with the University of Pamplona.

Keywords

Flow, sample spaces, uncertainty, sigma algebra, random variables.

1. Introducción

En hidrología estocástica se crean procesos estocásticos para modelar el comportamiento de las variables hidrológicas (precipitación, escorrentía, filtración) con alta incertidumbre. Para ello, se inicia con la definición de los espacios muéstrales (cualitativo y cuantitativo) que toman como exactos o ciertos los valores de las variables. Así se hace en la estadística tradicional y moderna. Sin embargo, para el caso de las mediciones de caudales en Colombia se utilizan procedimientos e instrumentos que no permiten garantizar la plena exactitud en los valores de las mediciones. Tal es el caso del aforo de caudales, en el cual se utiliza en la gran mayoría de los casos el instrumento conocido como molinete o correntómetro.

Este trabajo resuelve el problema expresado con el interrogante: ¿es posible construir un proceso estocástico en los valores quinquenales medios mensuales del río Fonce que incluya la incertidumbre, provocada por el molinete en los aforos de caudales?

La construcción de ese tipo de procesos estocásticos requiere en primera instancia determinar la incertidumbre que le induce a un valor de caudal aforado el uso del molinete y en segunda instancia saber operar los conceptos de la teoría moderna de probabilidad (espacio muestral, evento, sigma álgebra, espacio medible, variable aleatoria en un espacio medible, espacio de probabilidad, etc.).

Cabe señalar que el molinete es el instrumento que en Colombia provoca menos errores en las mediciones. En nuestro caso se asume que el margen de error inducido al valor de caudal aforado por el uso del molinete es de un 13%. Así las cosas, se asume lo siguiente: a) durante el periodo 1956-2010 el margen de error del 13% se mantiene constante; b) el tipo de molinete en este periodo es el mismo; c) los procedimientos de aforo del caudal son los mismos.

De otra parte, la construcción del proceso estocástico en este trabajo se diferencia de la aplicación de la teoría clásica de probabilidad, dado que la variable aleatoria se considera una función medible y la probabilidad una medida.

El río Fonce es una fuente de agua que nace y se conforma en los departamentos de Santander y Boyacá. El estudio de su dinámica del agua es precario y se considera que su comportamiento podría interpretarse desde el enfoque de la teoría de procesos estocásticos [1]. Este trabajo pretende incursionar en forma novedosa la interpretación estocástica del comportamiento de los caudales del río Fonce.

En este trabajo se presenta en forma detallada cada uno de los conceptos modernos de la hidrología estocástica (espacio muestral, evento, sigma álgebra, espacio medible, variable aleatoria en un espacio medible y espacio de probabilidad), con la novedad de plantearlos teniendo en cuenta el error que genera el uso del molinete en los aforos de caudales. Existe muy poca literatura al respecto y de allí la importancia de este esfuerzo científico en el marco del proyecto de investigación UMNG ING 1770 de 2015, el cual se desarrolla conjuntamente con la Universidad de Pamplona. Respecto a la incertidumbre en los valores de caudales se puede consultar el trabajo [2].

2. Metodología

En la teoría moderna de probabilidad, un proceso estocástico se define en los siguientes términos [3]: Un $(\Omega, \mathcal{F})$ - proceso estocástico valorado en $(\bar{\Omega}, \bar{\mathcal{F}}, \mathrm{P})$ es una familia (Xt) de variables aleatorias (Xt): $(\bar{\Omega}, \bar{\mathcal{F}}) \rightarrow (\Omega, \mathcal{F})$. Veamos los conceptos aquí involucrados: Sea $(\bar{\Omega}, \bar{\mathcal{F}}, \mathrm{P})$ un espacio de probabilidad, T un conjunto indexado y $(\bar{\Omega}, \bar{\mathcal{F}})$ un espacio medible. Se tiene que $t \in T$. En esta definición $(\bar{\Omega})$ es el espacio muestral inicial cualitativo, (Ω) es un espacio muestral expresado en valores de los números reales, $\bar{\mathcal{F}}$ es una sigma álgebra sobre el espacio cualitativo, $\mathcal{F}$ es una sigma álgebra sobre el espacio cuantitativo, T se expresa en una variable del tiempo (quinquenios en el periodo 1956-2010). La metodología en este trabajo consiste en desarrollar con los valores medios mensuales quinquenales de caudales cada uno de los conceptos antes citados. Los datos fueron obtenidos de la estación hidrológica ubicada en el Rio Fonce, San Gil, identificada por el código 2402701 del IDEAM, entregados por el instituto IDEAM en forma gratuita. Inicialmente se compilan los valores medios mensuales anuales de caudales en el periodo 1956-2010; posteriormente se procesaron para obtener los valores medios quinquenales (por lustros) mensuales, que se aprecian en las tablas 1 y 2 y figura 1.

Tabla 1. Valores quinquenales de caudales.

Quinquenal	Mes					
	1	2	3	4	5	6
1	58	45	37	80	123	77
2	39	30	27	93	102	52
3	48	44	32	85	99	70
4	30	42	72	65	137	65
5	35	65	30	41	63	76
6	58	36	77	115	98	68
7	46	68	61	133	124	64
8	34	30	84	75	97	97
9	60	74	96	92	104	93
10	75	89	49	100	120	81
11	26	26	41	86	117	102

Tabla 2. Valores quinquenales de caudales.

Quinquenal	Mes					
	7	8	9	10	11	12
1	54	52	49	110	59	73
2	43	68	49	92	152	70
3	54	53	54	147	182	105
4	94	85	96	118	174	116
5	42	46	55	99	103	89
6	49	65	89	122	121	95
7	51	48	50	155	132	95
8	74	99	79	177	110	82
9	67	49	82	93	110	52
10	59	50	57	161	169	81
11	139	102	167	162	198	127

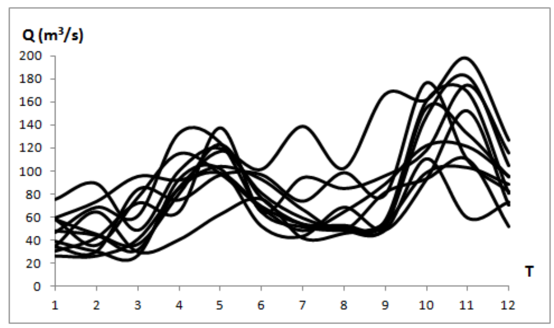


Figura 1. Proceso estocástico en caudales medios mensuales quinquenales, compuesto por 11 trayectorias en 12 meses.

Con estos datos se construirán los conceptos: espacio muestral, evento, sigma álgebra, espacio medible, variable aleatoria y espacio de probabilidad. También se identificó el margen de error que aporta el instrumento molinete en los aforos de caudales del río Fonce: desde 1956 se han utilizado molinetes diferentes, pero no fue posible conocer en detalle estos equipos, habida cuenta que algunos ya no existen (han sido liquidadas las entidades SCMH e HIMAT con sus respectivos bienes) y la documentación técnica de los instrumentos más antiguos no se logó consultar en los archivos del IDEAM. Por ello, se toma como margen de error único del molinete igual al 13%; esto quiere decir, que al menos los valores medios de caudales tratados en este trabajo conllevan un error de más o menos el 13%.

La premisa de este trabajo afirma que en el gráfico 2, para el caso de la caminata quinquenal onceava, se visualizan tres trayectorias: la primera (a) contempla un margen de error igual al +13% en el valor del caudal; b) la segunda (b) sin error y la tercera (c) con un -13%.

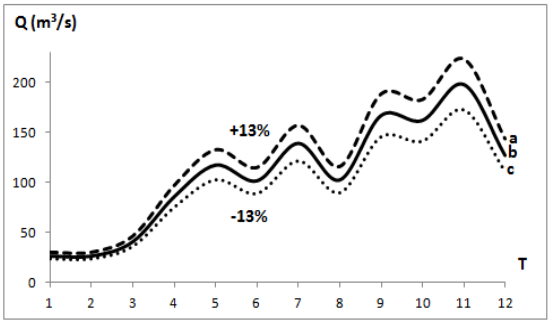


Figura 2. Trayectoria onceava: a) con un error del 13%, b) sin error, c) con -13%.

A continuación de desarrolla la metodología antes descrita.

2.1 Espacio Medible

De acuerdo con [4], un experimento es cualquier proceso que conduce a un resultado específico. Si se trata de un experimento con aleatoriedad, entonces es un experimento con las características de que, una vez definidas todas las condiciones bajo las cuales se realiza, su resultado no queda únicamente determinado (Op. Cit.).

Las siguientes características se deben resaltar: a) antes de que suceda un experimento aleatorio ya se conocen sus posibles resultados, b) el resultado concreto de una realización del experimento sólo se puede prever en términos probabilísticos; c) posee la propiedad estadística de regularidad: tiene un comportamiento predecible y regular en cuanto a la frecuencia de los resultados.

Un espacio muestral, denotado por Ω, asociado con un experimento aleatorio, es un conjunto de puntos tales que: cada elemento de Ω denota un resultado del experimento, y cualquier ejecución del experimento da lugar a un resultado que corresponde exactamente a un elemento de Ω [5]. A continuación se establece en espacio muestral cualitativo, cuantitativo y sus eventos, para luego crear la sigma álgebra y el espacio medible.

Los elementos del espacio muestral son llamados puntos muéstrales [6,7]. Para nuestro caso en concreto, se analizaron los datos de caudales, obtenidos del IDEAM y se propone que el espacio muestral cualitativo sea:

$$\overline{\Omega} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5]$$

ω_1: Caudales bajos [Cb]
ω_2: Caudales medios bajos [Cmb]
ω_3: Caudales medios [Cm]
ω_4: Caudales altos [Ca]
ω_5: Caudales muy altos [Cma]

A partir de estos elementos muestrales cualitativos se establecen los eventos cualitativos, según el interés del investigador; por ello, se afirma que los eventos son subjetivos. Los eventos cualitativos se definen en este trabajo así:

$$A_1 = [Cb]$$
$$A_2 = [Cmb]$$
$$A_3 = [Cm]$$
$$A_4 = [Ca]$$
$$A_5 = [Cma]$$

Los complementos de los eventos son:

$$A_1^c = \overline{\Omega} \backslash A_1 = [Cmb, Cm, Ca, Cma]$$
$$A_2^c = \overline{\Omega} \backslash A_2 = [Cb, Cm, Ca, Cma]$$
$$A_3^c = \overline{\Omega} \backslash A_3 = [Cb, Cmb, Ca, Cma]$$
$$A_4^c = \overline{\Omega} \backslash A_4 = [Cb, Cmb, Cm, Cma]$$
$$A_5^c = \overline{\Omega} \backslash A_5 = [Cb, Cmb, Cm, Ca]$$

La unión de los eventos es:

$$A_1 \cup A_2 = [Cb, Cmb]$$
$$A_1 \cup A_3 = [Cb, Cm]$$
$$A_1 \cup A_4 = [Cb, Ca]$$
$$A_1 \cup A_5 = [Cb, Cma]$$
$$A_2 \cup A_3 = [Cmb, Cm]$$
$$A_2 \cup A_4 = [Cmb, Ca]$$
$$A_2 \cup A_5 = [Cmb, Cma]$$
$$A_3 \cup A_4 = [Cm, Ca]$$
$$A_3 \cup A_5 = [Cm, Cma]$$
$$A_4 \cup A_5 = [Ca, Cma]$$

La intersección es:

$A_1 \cap A_2 = [Cb] \cap [Cmb] = \emptyset$
$A_1 \cap A_3 = [Cb] \cap [Cm] = \emptyset$
$A_1 \cap A_4 = [Cb] \cap [Ca] = \emptyset$
$A_1 \cap A_5 = [Cb] \cap [Cma] = \emptyset$
$A_2 \cap A_3 = [Cmb] \cap [Cm] = \emptyset$
$A_2 \cap A_4 = [Cmb] \cap [Ca] = \emptyset$
$A_2 \cap A_5 = [Cmb] \cap [Cma] = \emptyset$
$A_3 \cap A_4 = [Cm] \cap [Ca] = \emptyset$
$A_3 \cap A_5 = [Cm] \cap [Cma] = \emptyset$
$A_4 \cap A_5 = [Ca] \cap [Cma] = \emptyset$

El espacio muestral cuantitativo del proceso sin tener en cuenta el error del molinete comprende el intervalo en la recta de los números reales R que va desde el valor 0 hasta el valor 248, esto es:

$\Omega = [0{,}248]$

Estos valores corresponden al caudal del río seco y máximo (registrado en la estación hidrológica más un 13%).

Los eventos se definen así:

$E_1 = [0{,}49.45)$
$E_2 = [49.46{,}98.9)$
$E_3 = [98.91, 148.35)$
$E_4 = [148.36, 198)$
$E_5 = [198.01{,}248)$

De manera similar al caso cualitativo se establecen los complementos de los eventos y las uniones.

Las intersecciones en este caso son vacías:

$E_1 \cap E_2 = \emptyset, E_1 \cap E_3 = \emptyset$
$E_1 \cap E_4 = \emptyset, E_1 \cap E_5 = \emptyset$
$E_2 \cap E_3 = \emptyset, E_2 \cap E_4 = \emptyset$
$E_2 \cap E_5 = \emptyset, E_3 \cap E_4 = \emptyset$
$E_3 \cap E_5 = \emptyset, E_4 \cap E_5 = \emptyset$

El espacio muestral cuantitativo del proceso con el error del +13% comprende el intervalo en la recta de los números reales R que va desde el valor 0 hasta el valor 248, esto es:

$\Omega = [0{,}248]$

Los eventos se definen así:

$E_1 = [0{,}49.45)$
$E_2 = [49.46{,}98.9)$
$E_3 = [98.91, 148.35)$
$E_4 = [148.36, 198)$
$E_5 = [198.01{,}248)$

De manera similar al caso cualitativo se establecen los complementos de los eventos y las uniones. Las intersecciones en este caso son vacías.

El espacio muestral cuantitativo del proceso con el error del -13% comprende el intervalo en la recta de los números reales R que va desde el valor 0 hasta el valor 248, esto es:

$\Omega = [0{,}248]$

Los eventos se definen así:

$E_1 = [0{,}49.45)$
$E_2 = [49.46{,}98.9)$
$E_3 = [98.91, 148.35)$
$E_4 = [148.36, 198)$
$E_5 = [198.01{,}248)$

De manera similar al caso cualitativo se establecen los complementos de los eventos y las uniones. Las intersecciones en este caso son vacías.

Una vez que son establecidos el espacio muestral cualitativo y cuantitativo (igual para el caso sin error en los valores de los caudales, con el 13% de error y con -13%) se procede a definir las sigmas álgebras para cada uno de ellos.

Una familia de subconjuntos de Ω, representada por $\mathcal{F}$, es una σ-álgebra sobre Ω cuando se cumplen las siguientes propiedades:

- El conjunto vacío está en $\mathcal{F}$.
- El espacio muestral está en $\mathcal{F}$.
- Si E está en $\mathcal{F}$, también está su complemento.
- Si E_1, E_2, E_3 es una sucesión de elementos de $\mathcal{F}$, entonces la unión e intersección de todos ellos también está en $\mathcal{F}$.

Con estos criterios, se procede a establecer la sigma álgebra total $\bar{\mathcal{F}}$ en el espacio muestral cualitativo de la forma siguiente:

$$\bar{\mathcal{F}}=\left\{\begin{array}{c}\emptyset, \bar{\Omega}, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_1^c, A_2^c, A_3^c, \\ A_4^c, A_5^c, A_1UA_2, A_1UA_3, A_1UA_4, \\ A_1UA_5, A_2UA_3, A_2UA_4, A_2UA_5, \\ A_3UA_4, A_3UA_5, A_4UA_5, A_1 \cap A_2, \\ A_1 \cap A_3, A_1 \cap A_4, A_1 \cap A_5, A_2 \cap A_3, \\ A_2 \cap A_4, A_2 \cap A_5, A_3 \cap A_4, \\ A_3 \cap A_5, A_4 \cap A_5,\end{array}\right\}$$

$$\bar{\mathcal{F}}=\left\{\begin{array}{c}\emptyset, \bar{\Omega}, (\mathrm{Cb}), (Cmb), (Cm), (Cma), (Ca), \\ (Cb, Cbm), (Cb, Cm), (Cb, Cma), \\ (Cb, Ca), (Cmb, Cm), (Cmb, Cma), \\ (Cmb, Ca), (Cm, Cma), (Cm, Ca)\end{array}\right\}$$

Posteriormente se establece la sigma álgebra total $\mathcal{F}$ para el espacio muestral cuantitativo, de la forma:

$$\mathcal{F}=\left\{\begin{array}{c}\emptyset, \Omega, E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_1^c, E_2^c, E_3^c, \\ E_4^c, E_5^c, E_1UE_2, E_1UE_3, E_1UE_4, \\ E_1UE_5, E_2UE_3, E_2UE_4, E_2UE_5, \\ E_3UE_4, E_3UE_5, E_4UE_5, E_1 \cap E_2, \\ E_1 \cap E_3, E_1 \cap E_4, E_1 \cap E_5, E_2 \cap E_3, \\ E_2 \cap E_4, E_2 \cap E_5, E_3 \cap E_4, \\ E_3 \cap E_5, E_4 \cap E_5\end{array}\right\}$$

$$\bar{\mathcal{F}}=\left\{\begin{array}{c}\emptyset, [0,248], [0,49.45), [49.46,98.9), \\ [98.91,148.35), [148.36, 198), \\ [198.01, 248), (49.45,248], \\ \{[0,49.46)\mathrm{U}(98.9,248\}, \\ \{[0,98.9)\mathrm{U}(148.36,248], \\ \{[0,148.35)\mathrm{U}(198,248]\}, \\ [0,198), [0,98.9), \\ \{[0,49.95)\mathrm{U}[98.91,148.35)\}, \\ \{[0,49.45)\mathrm{U}[148.36,198]\}, \\ \{[0,49.95)\mathrm{U}[198.01,248)\}, \\ [61.74,148.41), [49.46,148.35), \\ \{[49.46,98.9)\mathrm{U}[148.36,198)\}, \\ \{[49.46,98.9)\mathrm{U}[198.01,248)\}, \\ [98.91,198), \\ [98.91,198)\mathrm{U}[198.01,248), \\ [148.36,248)\end{array}\right\}$$

Hasta aquí se tienen definidos y construidos los conceptos de: espacio muestral, evento y sigma álgebra. A la dupla conformada por $(\bar{\Omega}, \bar{\mathcal{F}})$ se le llama espacio medible cualitativo, mientras que a $(\Omega, \mathcal{F})$ se le conoce como espacio medible cuantitativo.

Este concepto se requiere para construir la variable aleatoria, dado que ella es una función que pasa los eventos cualitativos del espacio muestral cualitativo a eventos cuantitativos (en números reales) del espacio muestral cuantitativo a través de las sigmas álgebras establecidas.

2.2 Variable aleatoria

En la teoría moderna de probabilidad el concepto de variable aleatoria tiene que ver con la teoría de la medida: es una función medible definida en un espacio medible, se expresa en números reales y cumple con la exigencia respecto a la imagen inversa en cada evento:

$$X^{-1}(E) \in \bar{\mathcal{F}}, \forall A \in \bar{\mathcal{F}}$$

Así las cosas, en este trabajo las variables aleatorias se definen de la siguiente manera para cada uno de los 12 meses:

$$Xi: \bar{\Omega} \rightarrow \Omega$$

Entonces

$\boldsymbol{X}$: $\{Cb\} \rightarrow [0, 49.45)$
$\{Cmb\} \rightarrow [49.46,98.9)$

$\{Cm\} \quad \rightarrow \ [98.91, 148.35)$
$\{Ca\} \quad \rightarrow \ [148.36, 198)$
$\{Cma\} \quad \rightarrow \ [198.01, 248)$

Veamos la exigencia respecto a la imagen inversa del evento: cada imagen inversa de cada evento del espacio cuantitativo debe pertenecer a la sigma álgebra cualitativa, para todo evento cualitativo que pertenece a la sigma álgebra cualitativa.

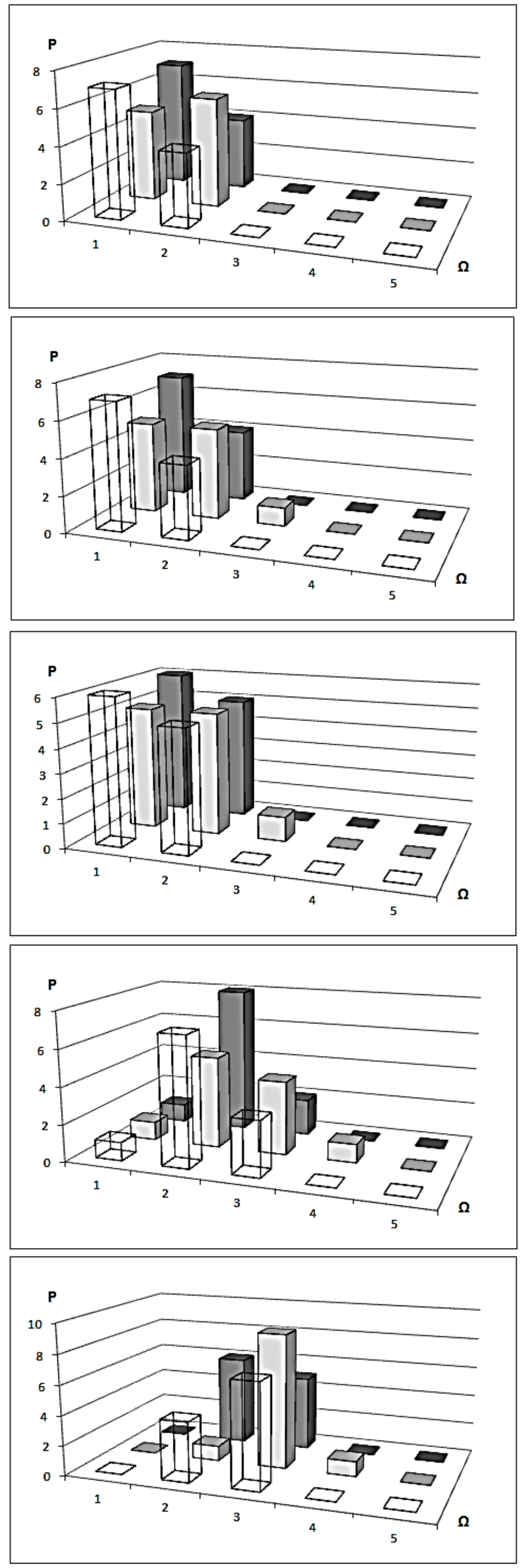
Veamos un ejemplo para demostrar que esta propiedad se cumple a cabalidad en la variable aleatoria antes definida en el caso del proceso estocástico que no contempla error alguno del molinete:

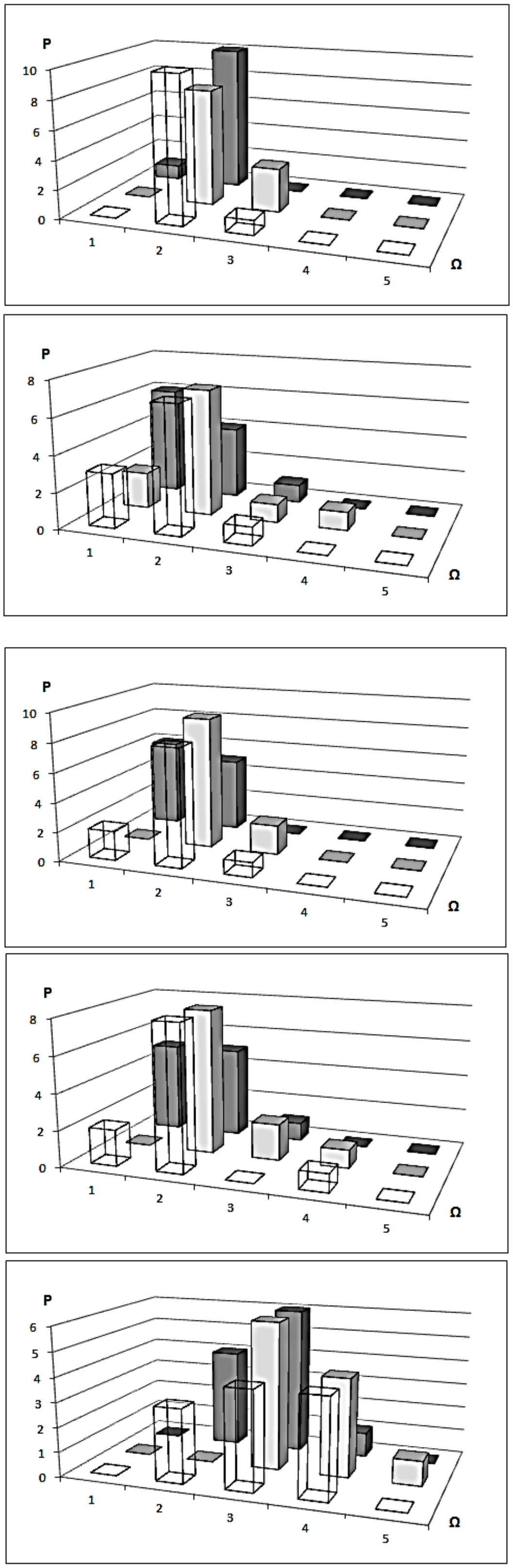
- ✓ $X^{-1}(\emptyset) = \emptyset \in \bar{\mathcal{F}}$
- ✓ $X^{-1}(\{0,248\}) = \bar{\Omega} \in \bar{\mathcal{F}}$
- ✓ $X^{-1}(0,49.45) = [Cb] \in \bar{\mathcal{F}}$
- ✓ $X^{-1}(49.46,98.9) = [\mathrm{Cmb}] \in \bar{\mathcal{F}}$
- ✓ $X^{-1}(98.91, 148.35) = [\mathrm{Cm}] \in \bar{\mathcal{F}}$
- ✓ $X^{-1}(148.36, 198) = [\mathrm{Ca}] \in \bar{\mathcal{F}}$
- ✓ $X^{-1}(198.01,248) = [\mathrm{Cma}] \in \bar{\mathcal{F}}$

Como se puede apreciar, las imágenes inversas antes señaladas cumplen con la propiedad exigida, y por tanto la función establecida es una variable aleatoria.

2.3 Espacio de probabilidad

El modelo probabilístico de un proceso en estudio es conocido como espacio de probabilidad. La tripla conformada por $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ se denomina espacio de probabilidad y es una descripción del experimento que informa la cual conjunto pertenecen los posibles resultados del experimento y nos permite cuantificar la incertidumbre de que se produzcan los eventos mediante la medida de probabilidad P [8,9]. Aquí P es una medida de probabilidad, la cual cumple con las propiedades conocidas ampliamente en la bibliografía.
A continuación, en la figura 3 se ilustra la distribución de la probabilidad absoluta (cuántos casos se cuentan) por cada evento, para cada una de las 12 variables aleatorias y en cada uno de los tres procesos estocásticos que aquí se estudian: sin margen de error se muestra en cuadro transparente, con un margen de error igual al +13% con cuadro de color gris suave y con un -13% de error con color gris oscuro).





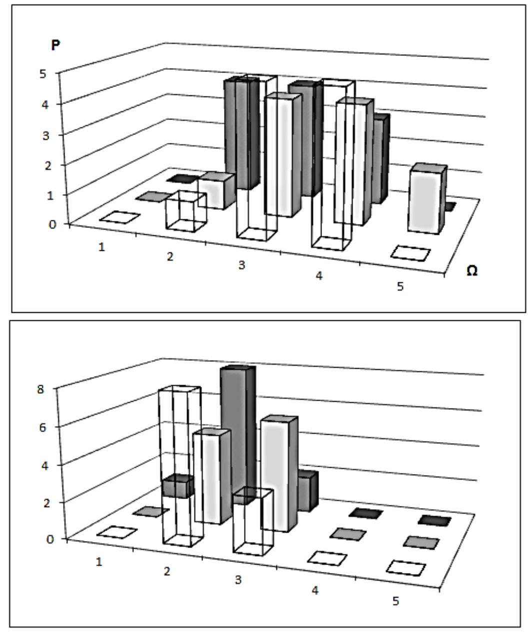


Figura 3. Conteo de la probabilidad de cada evento en los tres procesos estocásticos en estudio según datos quinquenales de caudales en el río Fonce.

3. Resultados y discusión

En este trabajo se establecen los valores promedios mensuales quinquenales de caudales medios del río Fonce en San Gil: para el periodo 1956-2010 se definen 11 quinquenios.

Con los valores quinquenales medios mensuales se definen cuatro espacios muestrales: uno cualitativo y tres cuantitativos (el primero contempla un margen de error igual al +13% en el valor del caudal; el segundo sin error y el tercero con un -13%). Con los espacios muestrales cuantitativos se construyen tres procesos estocásticos. En la figura 1 se presenta el proceso estocástico en caudales medios mensuales quinquenales, compuesto por 11 trayectorias en 12 meses, sin tener en cuenta el error del molinete.

Se formaliza en términos de la teoría moderna de probabilidad la definición de proceso estocástico, para lo cual se comprueba que las 12 variables aleatorias creadas cumplen con la propiedad de imagen inversa; además, cada variable aleatoria fue planteada en un espacio medible y éstos a su vez fueron formalizados con sus respectivas sigmas álgebras.

Los resultados demuestran que los valores quinquenales mensuales de caudales medios del río Fonce pueden someterse, a pesar de las dificultades matemáticas, a la interpretación estocástica. Para ello, inicialmente se genera el espacio muestral, posteriormente se plantean cinco eventos en el espacio muestral; con ellos se crea la sigma álgebra total que cumple con todas las propiedades topológicas formales y así se constituye el espacio medible o de estado. En los espacios de estado se crean las variables aleatorias y a partir de los espacios de probabilidad se construyen los 12 histogramas de frecuencias empíricas.

Conclusiones

Construir con valores quinquenales de caudales medios del río Fonce un proceso estocástico que tenga en cuenta la incertidumbre de los datos es una tarea que requiere conocimientos de los procedimientos de medición de las variables aleatorias. Esta dificultad radica en reconocer la existencia de los errores de medición en la velocidad del agua de un rio, la cual surge por el uso de molinetes y además porque construir las variables aleatorias es una actividad dispendiosa y delicada desde el punto de vista práctico.

Este trabajo concluye que es posible identificar los errores instrumentales en el aforo de caudales, al menos para el caso del uso del molinete, el cual se estableció en el intervalo del 13% (por encima y por debajo del valor del caudal medio) que reporta en el banco de datos del IDEAM. Una vez identificado el margen de error, se debe proceder a establecer el espacio muestral que incluya ese error y posteriormente crear los conceptos de elementos muéstrales, eventos, sigma álgebra, espacio medible, variable aleatoria, espacio de probabilidad y finalmente plantear el proceso estocástico con sus respectivas caminatas aleatorias (11 en total, una por cada quinquenio) y variables aleatorias (12 en total, una por cada mes).

Incluir la incertidumbre en la construcción del proceso estocástico abre un camino nuevo de investigación en hidrología estocástica, que permitirá conocer el rol de los errores instrumentales en la dinámica del agua y su interpretación desde el enfoque de la teoría moderna de probabilidad. Una etapa posterior podría desarrollarse aplicando el modelo de Fokker-Planck-Kolmogorov (FPK), el cual permite tener en cuenta la incertidumbre hidrométrica en los valores de las variables hidrológicas [10,11,12].

En este trabajo se construye el histograma de frecuencias empíricas de los valores quinquenales de caudales medios mensuales con soporte en la teoría moderna de procesos estocásticos expuesta por Andrei Kolmogorov en 1929. Los autores esperan que con ello, se contribuya a la aplicación de los conceptos de sigma álgebra, variable aleatoria y proceso estocástico en la ingeniería civil e hidrología.

Agradecimientos

Los autores expresan su agradecimiento a la UMNG, Universidad de Pamplona, Instituto IDEAM, Corporación CAS, Empresa ACUASAN, Instituto IGAC, Universidad USTA y Universidad Libre, ambas con sede en San Gil.

Referencias

1 Rivera, H. G., Palacio, G. D. C., Rangel, G. F. M. (2013). *Impacto de los escenarios de cambio climático en los recursos naturales renovables en jurisdicción de la Corporación Autónoma Regional de Santander*. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Otero Impresos.

2 Martínez, P. J. F., Domínguez, C. E. A., Rivera, H. G. (2012). Uncertainty regarding instantaneous discharge obtained from stage-discharge rating curves built with low density discharge measurements. *Ingeniería e Investigación*, vol. 32, No. 1, pp. 30-35.

3 Blanco, C. L. (2003). *Probabilidad*. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

4 García, A. M. A. (2005). *Introducción a la teoría de probabilidad*. Fondo de Cultura Económica, México.

5 http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/ciencias/2001065/html/un2/cont_207_49.html

6 Acuña, E. (s.f). Conceptos básicos de probabilidades. Universidad de Puerto Rico. http://academic.uprm.edu/eacuna/miniman4sl.pdf

7 Benjamin, J. (1970). *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers*. San Francisco, McGraw-Hill, San Francisco, pp. 685.

8 De La Rosa E., Blázquez, R. (2003). *Procesos estocásticos en ingeniería civil*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

9 Araujo, J. J. (2003). *Elementos de teoria de probabilidad para ingenieros*. Bogotá: CEJA, Centro Editorial Javeriano.

10 Risken, H. *The Fokker-Planck Equation*. Springer-Verlag, London.

11 Oksendal, B. (2003) *Stochastic differential equations*. Springer, Berlin.

12 Dominguez, E., Rivera, H. (2010) A Fokker–Planck–Kolmogorov equation approach for the monthly affluence forecast of Betania Hydropower reservoir. *Journal of Hydroinformatics*, 12 (4), pp. 486-501.