

# Sistema de Pearson y modelos matemáticos aplicados a la Hidrología

## Pearson system and mathematical models applied to Hydrology

---

Yessica Paola Ochoa Acevedo<sup>1</sup>, María Esther Rivera<sup>2</sup> Jesús Ramón Delgado Rodríguez<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Universidad de Pamplona, *yessica.ochoa@unipamplona.edu.co*

<sup>2</sup> Universidad de Pamplona, *maes@unipamplona.edu.co*

<sup>3</sup> Universidad de Pamplona, *jramondr@gmail.com*

DOI: <http://doi.org/...>

Fecha de recepción: 23/06/2017

Fecha de aceptación del artículo: 18/10/2017

---

### Cómo citar:

Ochoa Acevedo, Y. P., Rivera, M. E., Delgado Rodríguez, J. R., (2017). Sistema de Pearson y modelos matemáticos aplicados a la Hidrología, Bogotá, 14(1), 95-108. DOI: [org/xx/xxxxx/reds.xxxx](http://org/xx/xxxxx/reds.xxxx).

### Resumen

La aplicación de modelos matemáticos en las distintas áreas de la ciencia enfocados a estudiar fenómenos y eventos que ocurren sobre una superficie hoy día se ha convertido en una herramienta principal, permitiendo ser eficientes, brindando soluciones acertadas y con mayor confiabilidad. Los sistemas ambientales han sido objeto de análisis por parte de la modelación matemática, para comprender la dinámica, el comportamiento espacial y temporal de las variables meteorológicas e hidrológicas y su incidencia en otros procesos y eventos. El sistema de curvas de frecuencia de Pearson ha sido ampliamente utilizado en áreas como economía, finanzas, en el campo militar e ingeniería para analizar trayectorias de series de datos y hallar el comportamiento probabilístico de un objeto o fenómeno en su dinámica, a partir de su información histórica. En forma general se encontró que el modelo Black-Sholes-Merton, Axiomas de Kolmogorov, Sistema de curvas de frecuencia de Pearson, el modelo Pearson-Wiener, las distribuciones de probabilidad, así mismo la ecuación Fokker-Planck-Kolmogorov, modelación hidrológica estocástica, modelo hidrológico SIMGRO, el método GRADEX se han aplicado en la determinación del comportamiento de las variables hidrometeorológicas, estimación de caudales máximos, gestión de ecosistemas reguladores del recurso hídrico y el manejo de cuencas hidrográficas.

**Palabras claves:** Modelación matemática, Series históricas de datos, Sistemas ambientales, Sistema de Pearson.

## Abstract

The application of mathematical models in the different areas of science focused on studying phenomena and events that occur on a surface today, has become a main tool, allowing to be efficient, providing successful solutions and with greater reliability. Environmental systems have been analyzed by mathematical modeling to understand the dynamics, spatial and temporal behavior of meteorological and hydrological variables and their impact on other processes and events. Pearson's system of frequency curves has been widely used in areas such as economics, finance, military and engineering to analyze data series trajectories and to find the probabilistic behavior of an object or phenomenon in its dynamics based on its information historical. In general form found that the Black-sholes-Merton, Kolmogorov axioms, Frequency curves Pearson systems, Pearson-Wiener model, probability distributions, similarly the Fokker-Planck-Kolmogorov equation, stochastic hydrological modeling, SIMGRO hydrological model, GRADEX method had been applied in the hydrological variable behavior, maximum flows estimation, ecosystem assessment how water resources regulators and hydrographics watershed management.

**Keywords:** Mathematical modeling, Historical data series, Environmental systems, Pearson system.

## 1. Introducción

Los modelos matemáticos representan el comportamiento de los fenómenos de la realidad; en ellos, las variables juegan un papel importante, puesto que definen las características principales del modelo y la función que debe cumplir. Así mismo, los parámetros de ajuste permiten evaluar la asimilación de los datos observados de una variable a un modelo matemático específico y verificar la validez del modelo para representar un evento real. Los modelos matemáticos aplicados en ciencias exactas y ciencias de la tierra han tratado de analizar el comportamiento de variables complejas, aquellas que cambian en el espacio-tiempo y que son objeto de análisis específicos.

El sistema de curvas de frecuencias de Pearson está constituido por XIII modelos matemáticos derivados de la ecuación diferencial lineal de primer orden, planteada por Pearson en su trabajo original. La ecuación que se obtiene para cada modelo es una solución de la ecuación

diferencial general y cada uno incluye los parámetros necesarios para su aplicación. Este sistema se ha aplicado ampliamente en áreas como finanzas, economía e ingeniería, en las cuales ha ofrecido resultados satisfactorios simulando las trayectorias de series históricas de datos de diferente origen.

De acuerdo con lo anterior, el objetivo de este trabajo es revisar la literatura referente a la aplicación de modelos matemáticos en hidrología, y la importancia del sistema de Pearson en el análisis del comportamiento temporal de variables descritas en campos como matemáticas, ingeniería, finanzas, economía. Para esto, en la primera parte se expondrá la teoría respecto al sistema de Pearson, sus aplicaciones en la ciencia de economía, finanzas, matemáticas, estadística, ingeniería civil, militar y su importancia en la modelación matemática aplicada. Más adelante, se presentarán los principales modelos matemáticos (determinísticos y estocásticos) utilizados en el análisis de variables del ciclo hidrológico como

precipitación, evaporación, escurrimiento e infiltración y la asociación de estos con las principales funciones de distribución de probabilidad aplicadas en la evaluación y gestión del recurso hídrico.

El presente trabajo está enmarcado dentro del proyecto de investigación “Aplicación del sistema Pearson en el comportamiento temporal de la precipitación y temperatura en la cuenca del río Fonce, Santander” siendo uno de los productos del proyecto UMNG INV IMP 2134 de 2016-2018, el cual se desarrolla en conjunto por la Universidad Militar Nueva Granada (UMNG) y la Universidad de Pamplona, además su financiación está a cargo de la vicerrectoría de investigaciones de la UMNG.

## 2. Metodología

### 2.1 Sistema de curvas de frecuencias de Pearson

Karl Pearson en 1983 introduce la familia de distribuciones asimétricas como una alternativa a la distribución normal de Gauss, llega a la familia de distribuciones razonando sobre una mixtura de dos distribuciones normales y concluye que puede haber situaciones donde los errores de las observaciones no sean normales y por lo tanto se consigan mejores ajustes a situaciones prácticas mediante las mixturas [1]. Introduce la familia de distribuciones en su publicación [2], mediante la solución de la ecuación diferencial lineal de primer orden (Ecuación 1), obtiene, para valores convenientes de las constantes, la distribución beta simétrica, la distribución beta asimétrica, la gamma y la normal; además, para ajustar los parámetros introduce el método de los momentos.

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{x}{c_1 + c_2 X + c_3 x^2} \quad (1)$$

Donde X - representa la variable del proceso u objeto de estudio, Y - representa a la probabilidad de un evento que exprese la variable del proceso u objeto en estudio, dx - representa la variación infinitamente continua de la variable en estudio, dy - representa la variación infinitamente continua de la probabilidad, C1, C2, C3, - representan a los parámetros estadísticos del histograma de frecuencias o de la ley de distribución de probabilidades.

El criterio para las curvas de frecuencia de Pearson o K (Kappa) está dado por la ecuación 2:

$$K = \frac{\beta_1(\beta_2+3)^2}{4(2\beta_2-3\beta_1-6)(4\beta_2-3\beta_1)} \quad (2)$$

Si el valor de K es negativo las raíces son reales y de diferente signo, se obtiene uno de los principales tipos de curva denominado Tipo I por Karl Pearson; si el valor de K es positivo y menor que 1 y las raíces son complejas, se obtiene el segundo tipo principal de Pearson (tipo IV), y si el valor de K es positivo y mayor que 1 y las raíces son reales y del mismo signo, se obtiene el tercer tipo principal de Pearson (tipo VI). Cuando el criterio es grande (teóricamente infinito), cuando es la unidad y las dos raíces son iguales (tipo V), y cuando es cero, las raíces son iguales en magnitud, pero de signo opuesto (tipo XI).

Elderton (1906) [3] en la primera edición de su libro “Frequency curves and correlation”, hace referencia al sistema de curvas de frecuencia de Pearson y al coeficiente de correlación lineal para el estudio de la dependencia estadística y el método de los momentos, para determinar los parámetros desconocidos de una distribución.

Cárdenas *et al.* (2014) [4] citó lo encontrado por Elderton (1934) [5] sobre el científico y matemático Karl Pearson, el cual ya había propuesto en su familia de curvas, todas las distribuciones. Sin embargo, su trabajo fue desconocido por los estadísticos e ingenieros que debieron afrontar los retos del diseño hidrológico desde entonces.

No obstante [6], en la cuarta edición denominada “Systems of frequency curves” prácticamente eliminaron todo el material de correlación, ya que esta edición hizo el intento de proporcionar un tratamiento comparable de otras distribuciones, incluyendo algunas distribuciones multi-variadas. De igual manera, mencionaron que las ventajas de cualquier sistema de curvas dependen de la simplicidad de las fórmulas y el número de observaciones que pueden ser tratadas satisfactoriamente. Además, en el apartado que se refiere a las curvas de frecuencia añaden que, si las estadísticas están dispuestas de manera que muestre el número de veces o frecuencia con la que ocurre un evento en particular, entonces el acuerdo es una distribución de frecuencia. Aunque algunos de sus resultados serán de mayor aplicabilidad, tendrían generalmente que limitar su atención a estas distribuciones. Es necesario tener un nombre para la fórmula utilizada para describir dichas distribuciones, y el término “curva de frecuencia” ha sido adoptado para este propósito. Según Elderton *et al.* (1969)[6], *el enésimo momento de una determinada frecuencia se define como el producto de la frecuencia y la enésima potencia de la distancia de la frecuencia de la vertical a través de la cual los momentos están siendo tomados; o el enésimo momento de cualquier ordenada y de una curva de frecuencia sobre la vertical a través de un punto de distancia X de esta.*

Más adelante, Rich *et al.* [7], en su libro “The Pearson’s System of frequency curves digital computer program” mencionan que, a pesar de que Elderton *et al.* (1969) [6] han sido sus principales referentes, han tratado de usar un sistema más consistente y menos confuso, en el que incluyen la programación de los tres principales tipos de curvas de frecuencia de Pearson en Fortran III y, con esto, han dado más pasos en el desarrollo de las matemáticas; aunque incluyen todo el sistema de curvas de frecuencia de Pearson, el método de los momentos y la prueba de ajuste Chi-cuadrado.

El sistema de Pearson también ha tenido gran aplicación en economía, finanzas, ingeniería y ciencias básicas; por ejemplo, Herrerías y Callejón (2001) [8] mencionan la utilización de la metodología propia del sistema de Pearson y las funciones generadoras para ajustar varios modelos probabilísticos para la distribución de la renta, empleando dos procedimientos diferentes: el sistema de Pearson de distribuciones continuas univariantes (con el método de los momentos) y una función generadora polinómica; esto permite la formulación de las medidas de concentración, basada en la estructura probabilística subyacente de las variables que permiten la cuantificación de la desigualdad económica y de otros conceptos como la pobreza y el bienestar social.

De otro modo, Andreev *et al.* (2005) [9], brindaron ejemplos computacionales de un método nuevo y fácilmente implementado para seleccionar las funciones de densidad de probabilidad de la familia de distribuciones de Pearson; aplicaron este método para series históricas diarias, mensuales y anuales usando un rango de datos de mercado de materias primas y variables macroeconómicas. Por otra parte, Pizzutilo

(2012) [10], aplicó el sistema de curvas de frecuencias de Pearson en el análisis de las distribuciones de los rendimientos diarios de las acciones cotizadas en Italia, puesto que en otras investigaciones realizadas anteriores a esta se demostró que los rendimientos de los activos y las carteras de acciones no se distribuyen normalmente. Además, este trabajo constituyó una base para el desarrollo de modelos financieros más realistas en la presencia de desviaciones de la normalidad de las distribuciones de retornos.

Dentro del contexto de los sistemas ambientales, se destaca la contribución de [11], los cuales aplicaron el sistema de curvas de frecuencia de Pearson para conocer la distribución de la velocidad del viento, considerando las propiedades estocásticas de esta variable y teniendo en cuenta que el conocer el comportamiento de esta variable es clave para entender el rol que desempeña la energía eólica, como solución a la reducción mundial de los combustibles fósiles y la protección de la atmósfera de las consecuencias adversas del cambio climático. Las curvas de frecuencias para los datos de velocidad del viento fueron obtenidas usando el sistema de Pearson, empleando los momentos estadísticos. En este análisis concluyen que la aplicación del sistema de Pearson tiene ventajas en la capacidad de tomar una variedad de formas de distribución, las cuales hacen de este sistema particularmente aplicable al análisis de la energía potencial del viento caracterizada por la variable aleatoria de velocidad del viento.

En Colombia, se destacan las investigaciones referentes a la modelación estocástica aplicada a los sistemas ambientales. En la investigación llamada: “Aplicación del modelo Pearson-Wiener en la dinámica

de los caudales máximos diarios en el río Fonce en San Gil (Santander) con fines de protección contra la socavación de puentes” [4], estuvo enfocada en la unión de la hidrología estadística con la estocástica mediante el modelo Pearson-Wiener que incluye las curvas de frecuencia de Pearson (I-XIII) y la construcción de espacio de probabilidad con soporte en las sigmas algebra; de acuerdo a los resultados obtenidos en esta investigación, los autores afirman que mediante este desarrollo matemático se pueda crear una nueva metodología para el análisis de variables hidrológicas que genere menos incertidumbre a la metodología estadística usada actualmente, generando predicciones de caudales más acertadas o “reales”, con el fin de diseñar y construir puentes probablemente inmunes al fenómeno de socavación.

En este contexto, Correa *et al.* (2014) [12] decidieron incorporar el modelo de finanzas Black-Sholes-Merton en el ámbito de la hidrología en el marco de la investigación “Aplicación del modelo Black-Sholes-Merton en el estudio del comportamiento errático de los incrementos de caudales máximos (Río Fonce, Santander)”, en la cual resolvieron la ecuación diferencial característica de este modelo, identificaron el comportamiento temporal de los caudales máximos del río Fonce, característico de un proceso no estacionario y finalmente aplicaron una primera aproximación de la solución analítica del modelo BSM. Los resultados de este análisis arrojaron que la modelación por medio de ecuaciones diferenciales estocásticas aplicadas al estudio del comportamiento de variables hidrometeorológicas es viable.

A su vez, Rivera *et al.* [13] plantearon la construcción de un proceso estocástico

en los términos de la axiomática de Kolmogorov a partir de espacios muestrales empleando datos de caudales medios mensuales y Torres *et al.* (2015) [14] demostraron que el movimiento del agua del río Fonce, interpretado como errático en los valores medios de caudales registrados por las estaciones del IDEAM es un problema de percepción y realmente su tipificación como proceso estocástico de Wiener puede obedecer más a los márgenes de incertidumbre que generan los instrumentos de medición y no tanto a la naturaleza errática del comportamiento del río.

Otra de las investigaciones de gran importancia es la realizada por Fuentes (2015) [15], el cual se basó en el sistema de Pearson para aplicarlo en el modelado estocástico de los procesos de precipitación, evaporación y escorrentía superficial (caudales medios) donde se demostró que el sistema de Pearson se aplica correctamente a los procesos del balance hídrico en la parte alta del río Fonce.

En esta serie de investigaciones sobre el sistema Pearson, Fuentes *et al.* (2015) [16], desarrollaron el trabajo “Oportunidades entre la tecnología militar y la ingeniería civil. Caso de estudio: Aplicación del sistema estadístico de Pearson en la modelación de los caudales medios mensuales del río Fonce-Santander”, en la cual se evidencia que el comportamiento de los caudales medios del río Fonce son modelados adecuadamente según el criterio K de Pearson, teniendo en cuenta que algunos de los tipos de Pearson se ajustan mejor que otros. Por otra parte, la investigación denominada “Interpretación estadística de la variabilidad climática en Santander y análisis de las proyecciones de cambio climático en condiciones del proceso estocástico estacionario. Caso de estudio:

Río Fonce”, [17], incluyó la aplicación de los momentos estadísticos de Pearson en la interpretación de la variabilidad climática en Santander y a su vez el análisis de las trayectorias de las variables meteorológicas en la serie histórica y las compararon con los comportamientos futuros que se señalan en los escenarios oficiales de cambio climático.

En la investigación sobre modelación estocástica es necesario recalcar la importancia de la ocurrencia de los eventos extremos, como lo expresó Martínez (2016) [18] en su investigación “Pronóstico hidrológico de caudales diarios en el río Fonce-San Gil mediante correlaciones de Pearson lluvia-escorrentía en épocas de aguas bajas” bajo tres condiciones principales: caudales en épocas de aguas bajas, correlaciones entre las precipitaciones diarias con los valores de caudales diarios del río y relaciones lineales entre el caudal y la precipitación. De acuerdo a esto, el autor concluye que esta metodología se puede aplicar para obtener pronósticos hidrológicos con márgenes de error aceptables de acuerdo a lo estipulado por el IDEAM.

Así mismo, Jiménez *et al.* (2016) [19] realizaron el modelado del histograma de frecuencias de las velocidades anuales (medias, máximas y mínimas) del río Fonce, variable de gran importancia en la práctica de diseños hidráulicos, mediante el sistema de Pearson, demostrando que el modelado de esta variable es posible aplicando el criterio Kappa de Pearson, por medio del cual se ajustaron los tipos II, VI y VIII de Pearson para los valores analizados.

Finalmente, Libonatti (2016) [20] aplicó el sistema de Pearson en el estudio de la dinámica de las lluvias multianuales en Santander y Boyacá con énfasis en

la cuenca del río Fonce; en este trabajo presenta un primer acercamiento a la aplicación del sistema de Pearson para interpretar el comportamiento de la dinámica de las precipitaciones en valores medios multianuales, tomando como método de ajuste de los datos el criterio K (Kappa), aunque es de recalcar que no todos los datos se ajustan correctamente al criterio K y por tanto, algún tipo de Pearson no ofrece resultados adecuados.

## 2.2 Modelos matemáticos en Hidrología

Con la inclusión de la programación en computadores digitales para hacer más efectivos los procesos de modelación y simulación, Ordóñez (1974) [21], hizo énfasis en los modelos hidrológicos, tanto determinísticos como estocásticos, empleando computadores digitales para la simulación de los sistemas hídricos, teniendo en cuenta, técnicas estadísticas de análisis, análisis numérico y modelos matemáticos; para este año, en hidrología se encontraba la aplicación de las distribuciones de probabilidad normal (de Gauss), log normal (de Galton), Gamma (de dos parámetros) y Pearson tipo III.

La importancia del uso de computadores en la modelación y simulación de procesos hidrológicos llevó a Fernández *et al.* [22] a realizar un compendio sobre los modelos matemáticos más importantes aplicados a hidrología superficial e hidrogeología; según estos autores, la realización de modelos matemáticos de estos sistemas, combinada con la capacidad de cálculo de los ordenadores, permite obtener herramientas para definir y simular distintas situaciones de utilización de los recursos hídricos. Del mismo modo, Chavasse y

Seoane (1997) [23] decidieron unir los dos tipos de modelos hidrológicos más importantes en “asociación determinístico-estocástica para predicción de caudales”, con el fin de mejorar la representación de los procesos de transformación precipitación-caudal en una cuenca de gran extensión y determinar la capacidad de pronóstico de estos modelos en conjunto.

Según Dueñas (1997) [24], la modelación hidrológica es una herramienta de gran importancia para el estudio de avenidas que se ha extendido por todo el mundo, fundamentalmente en países desarrollados. En la actualidad, con el empleo de estos modelos, se realiza el análisis y la prevención de las inundaciones; además, es posible manejar hipótesis suficientemente realistas o previsibles que ofrezcan un cierto grado de confianza para la toma de decisiones, ya sea en la ordenación del territorio en torno a los ríos o para exigir criterios de diseño de obras e infraestructuras capaces de soportar y funcionar adecuadamente en situaciones de emergencia. Incluso, alertar a los servicios de protección civil y establecer protocolos de actuación ante posibles situaciones de peligro por intensas lluvias.

La modelación de procesos hidrológicos tiene lugar en todos los aspectos, directos o indirectos, de la aplicación de la hidrología, como herramienta del desarrollo sostenible. Adicionalmente, como lo define Kovalenko (1993) [25], citado por Domínguez (2000) [26] la modelación matemática de procesos hidrológicos puede entenderse como el eslabón central del desarrollo del conocimiento, correspondiendo a la realización abstracta del entendimiento de lo real; a través de los datos, obtenidos en un sistema de medición, se puede llegar a estructurar una abstracción de los pro-

cesos naturales en forma de un sistema de ecuaciones que ayuden a profundizar sobre el proceso en estudio. En este contexto, Domínguez (2000) [26] planteó un “Protocolo de modelación” para el IDEAM, con el fin de enmarcar la modelación en una secuencia lógica, discreta, de pasos orientados a la obtención de resultados, aplicados en el área de la hidrología, ya sea para la evaluación del estado actual del régimen hidrológico, para el pronóstico o proyección de condiciones futuras o para el uso sostenible del recurso. Así mismo, Domínguez (2004) [27] aplicó la ecuación Fokker-Planck-Kolmogorov para pronosticar las curvas de densidad probabilística de los caudales que representan las afluencias mensuales a embalses hidroeléctricos y presentó, además la aproximación numérica de esta ecuación, sus condiciones iniciales, de frontera y los resultados de su aplicación en el caso del embalse de Betania.

Teniendo en cuenta lo dicho por Ordoñez (1974) [21], Ponce (1989) [28], Aparicio (1992) [29] y Chow *et al.* (1994) [30] acerca de las principales funciones de distribución de probabilidad utilizadas en hidrología, entre las que se recalca a Pearson tipo III como el modelo que más se emplea de la familia de curvas de frecuencia de Pearson, se destaca el estudio realizado denominado “Estimación de funciones de distribución de probabilidad para caudales máximos, en la región del Maule-Chile” [31], en el que aplica los cuatro principales modelos probabilísticos, correspondientes a Gumbel, Log-Normal, Goodrich y Pearson tipo III, para series anuales de caudales máximos con el fin de determinar cuál de las funciones de probabilidad se ajusta más a la serie histórica de datos de caudales máximos.

En el análisis espacial y temporal de las cuencas hidrográficas, es necesario men-

cionar la tesis de maestría desarrollada por Mecca (2008) [32], titulada: “Análisis y modelación del comportamiento hidrológico de las lagunas don Tomás y bajo Giuliani Santa Rosa, La Pampa” en la que se analizó y simuló el comportamiento hidrológico correspondiente a las cuencas de las Lagunas Don Tomas y Giuliani (provincia de La Pampa, Argentina), mediante la constitución y calibración del modelo hidrológico-hidráulico SHALL3 (Simulación Hidrológica de Áreas de Llanura) capaz de reproducir tanto la hidrología de superficie como la subterránea. Es hidrodinámico continuo y presenta alta resolución, tanto en la dimensión temporal como en la espacial.

Dentro de este contexto de la modelación hidrológica por medio de modelos matemáticos se pueden desarrollar nuevos modelos a partir de datos de variables hidrometeorológicas, como el caso planteado por García (2010) [33] en “modelación hidrológica estocástica: desarrollo de un modelo de generación sintética de series temporales”; el modelo se desarrolló por medio de un programa de computación (Visual Basic) que facilitó el cálculo de las variables que intervienen en el proceso. Además, presenta una alternativa en la generación de las variables aleatorias (generación de números aleatorios) que se requiere en la fase de cómputo para garantizar una periodicidad alta, este modelo desarrollado tuvo su aplicabilidad en la determinación de la serie temporal de caudales mensuales y anuales para el río Grande en Santa Cruz-Bolivia.

En la gestión de los recursos hídricos es importante tener en cuenta el monitoreo del agua subterránea, puesto que permite evaluar el impacto que causan las diferentes alternativas de explotación del agua y facilita el manejo del suelo y vege-



tación. En este sentido, Rébora *et al.* [34] utilizaron el modelo hidrológico SIMGRO (simulación del flujo de agua subterránea, subsuperficial y superficial en forma integrada a escala de cuencas, incluyendo las interacciones planta atmósfera) para la simulación del balance hidrológico, el ajuste y calibración del modelo a través del monitoreo del agua subterránea y la modelización de escenarios predictivos.

El libro “Diseño hidrológico” [35], es el compendio de los principios hidrológicos básicos, los elementos del ciclo hidrológico y los principales modelos de cuencas. Además, hacen énfasis en la modelación matemática de la hidrología de la cuenca en la interpretación de las interacciones dinámicas producidas entre los sistemas climáticos, terrestres, edafológicos, litológicos e hidrosféricos y como componente esencial del manejo integral del recurso hídrico y del medio ambiente pues como se ha demostrado, los modelos hidrológicos han sido aplicados de manera creciente para dirigirse a un gran rango de problemas sociales y de desarrollo que incluyen agua, energía, medio ambiente y ecología.

Otro modelo desarrollado para la aplicación en hidrología es el propuesto por Minga (2012) [36] en su trabajo “Implementación de herramientas de distribución de probabilidad y prueba de bondad de ajuste en el laboratorio virtual de hidrología (HYDROVLAB)”, modelo programado en Visual Studio.net, el cual permite el cálculo de las funciones de distribución de probabilidad por los métodos Normal, Log-Normal, Pearson III, Log-Pearson III y Gumbel además de que realiza el análisis de la prueba de bondad de ajuste por el método de Kolmogorov-Smirnov; este modelo pretendía ser una aplicación

que permitiera facilitar y simplificar los cálculos laboriosos que se deben realizar en los estudios hidrológicos.

Los modelos hidrológicos, basados en las funciones de distribución de probabilidad, también se emplean con la finalidad de predecir eventos extremos que pueden ocurrir en un determinado tiempo, como el caso de la precipitación, variable de gran incidencia en la ocurrencia de crecidas o inundaciones; en el estudio “Determinación de crecientes extremas en las cuencas de alta montaña del río Guadalupe y la quebrada Piedras Blancas mediante la aplicación del método Gradex” [37], aplicaron el método GRADEX para la obtención de caudales de crecientes máximas a partir de los datos de precipitaciones máximas anuales en 24 horas, datos a los que se les aplicó las distribuciones de probabilidad de Gumbel, Normal, Log-Normal de 2 parámetros y Pearson tipo III, teniendo en cuenta que el método GRADEX depende si la precipitación de la zona de estudio se ajusta correctamente a una de estas distribuciones de probabilidad.

La importancia de conocer la distribución y comportamiento de los recursos hídricos en la gestión de un uso y aprovechamiento sostenible del recurso llevo a Navarro (2012) [38] a realizar el trabajo “Avances en la modelación hidrológica de gran escala en cuencas patagónicas mediante incorporación de re análisis climatológicos: aplicación a la cuenca del río Baker, región de Aysén” en el que utilizo la herramienta de modelación “Cold Regions Hydrological Model” correspondiente a un modelo hidrológico de base física especializado para regiones con climas fríos e incorporó datos provenientes de los re análisis climatológicos para obtener valores a escala diaria de precipitación total, hu-

medad relativa y velocidad del viento. Los resultados de la modelación demostraron que los modelos forzados con datos de reanálisis presentan una mejora significativa con respecto a los obtenidos con datos medidos dentro de la cuenca. De igual manera, en el estudio desarrollado por Gil (2012) [39], se recalcó la importancia de los páramos como ecosistemas reguladores del recurso hídrico, por medio del modelo hidrológico topográfico TOPMODEL en la cuenca de la quebrada La Chucua (Parque Nacional Natural Chingaza) para revelar la capacidad del modelo para representar adecuadamente el comportamiento del páramo en la cuenca. Por otra parte, la importancia del uso de la estadística y sus herramientas en la recolección de información, el correcto manejo de datos y su uso para la estimación de variables aleatorias radica en hacer inferencias sobre los comportamientos futuros y midiendo los errores que permita respaldar las decisiones que se tomen. El proyecto ejecutado por Parra (2012) [40] incluye las principales herramientas estadísticas y de probabilidad y su aplicación en la ingeniería de petróleos.

En la investigación denominada “Evaluación de métodos de construcción de curvas IDF a partir de distribuciones de probabilidad y parámetros de ajuste” [41], se presenta la evaluación de las metodologías para la construcción de curvas IDF, aplicando distribuciones de probabilidad conocidas como EVI (Valor Extremo tipo I), Pearson tipo III, log-Pearson tipo III y GEV (Distribución de Valor Extremo Generalizada). Los resultados de esta investigación arrojaron que la función de distribución con la cual se evidencia un mejor comportamiento para la zona de estudio (Departamento de Boyacá, Colombia) es la función de valor extre-

mo tipo I. Además, en la construcción de las curvas IDF no presentaron grandes problemas, salvo en dos estaciones, en las cuales hicieron una revisión detallada de la acumulación de las duraciones de precipitaciones máximas para cada año, con el objeto de obtener una gráfica lo más cercana al modelo técnico.

Finalmente, Seoane (2015) [42], en su trabajo de doctorado “Modelos probabilísticos y estimación de la incertidumbre en procesos hidrológicos” se enfocó en estudiar los posibles efectos de la variabilidad climática natural y el cambio climático global sobre los caudales máximos y medios, aplicando modelos probabilísticos para la detección de puntos de cambio múltiples, asociados con la variabilidad climática natural.

### 3. Conclusiones

Los modelos matemáticos estocásticos como la familia del sistema de Pearson se pueden aplicar a muchas áreas del conocimiento con resultados que presentan buenos estimativos sobre la realidad del fenómeno o variable en análisis.

La importancia de la aplicación del sistema de Pearson en el análisis del comportamiento temporal de variables y fenómenos aleatorios radica en el grado de ajuste de las frecuencias empíricas a las frecuencias teóricas modeladas, puesto que un sistema es inútil si no proporciona las distribuciones que realmente toman los datos. Además, debe sintetizar el análisis de trayectorias de series de datos y demostrar la veracidad de la muestra analizada, respecto a toda la población; sobre todo cuando se busca que sean referentes para futuras inferencias e interpretaciones.

Con la aplicación de criterios de Pearson se ha mejorado el análisis de series temporales y se ha observado que reduce la incertidumbre que se genera al trabajar con datos “reales”, en este caso, al tomar datos por estaciones meteorológicas convencionales.

En la aplicación de los principales modelos de distribución de probabilidad se ha evidenciado que la distribución de Pearson tipo III es una de las que más se ajusta a las variables hidrológicas, en comparación con la aplicación del Sistema de Pearson, en el que el modelo derivado de Pearson tipo III casi nunca se presenta.

Los modelos determinísticos y estocásticos utilizados en el análisis de variables hidrológicas han conducido a una gestión sostenible del recurso hídrico, puesto que abarcan espacial y temporalmente la cuenca hidrográfica, y se complementan con las funciones de distribución de probabilidad que determinan eventos extremos que se pueden presentar en determinado tiempo.

La modelación de la trayectoria de series históricas de datos por medio del Sistema de Pearson en las distintas áreas del conocimiento ha resultado ser eficiente, con el ajuste perfecto de los principales tipos y algunos de los tipos no comunes.

A partir del análisis propuesto, se confirma que la historia es un buen referente para analizar los problemas del presente y proyectar soluciones a futuro (diseño hidrológico), para planear adecuadamente obras estructurales, hidráulicas, hidrológicas, de restauración, conservación y preservación que siempre conlleven al uso sostenible del recurso hídrico.

## 4. Referencias

- [1] Gómez, V. M. (2009). Karl Pearson, el creador de la estadística matemática. Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.
- [2] Pearson K. (1895) Contributions to the Mathematical Theory of Evolution. II. Skew Variation in Homogeneous Material. Philosophical Transaction of the Royal Society A, London.
- [3] Elderton, P. W. (1906). Frequency curves and correlation. London, Institute of Actuaries.
- [4] Cárdenas, J. C., Rivera, M. E y Rivera, H. G. (2014). Aplicación del modelo Pearson-Wiener en la dinámica de los caudales máximos diarios en el río Fonce en San Gil (Santander) con fines de protección contra la socavación de puentes. V Congreso Internacional de Ingeniería Civil, Universidad Santo Tomas Seccional de Tunja, Tunja, Colombia.
- [5] Elderton, P. W. (1938). Frequency Curves and Correlations. Cambridge University Press, New York.
- [6] Elderton, P. W y Johnson, L. N. (1969). Systems of frequency curves. Cambridge University Press, New York.
- [7] Rich, N., Greene, L y Graham, R. (1971). The Pearson's System of frequency curves digital computer program. U.S Army Missile Command, Redstone Arsenal, Alabama.
- [8] Herrerías, R y Callejón, J. (2001). Los sistemas de Pearson como generadores de distribuciones de probabilidad. Aplicaciones estadísticas y económicas. Universidad de Granada, España.
- [9] Andreev, A., Kanto, A y Pekka, M. (2005). Simple Approach for distribution se-

- lection in the Pearson System. Helsinki school of economics, Finland.
- [10] Pizzutilo, F. (2012). Use of the Pearson System of Frequency Curves for the Analysis of stock Return Distribution: Evidence and Implications for the Italian Market. *Economics Bulletin*, Vol 32 No 1, 272-281.
- [11] Azrulhisham, E.A., Zakaria, K.P., Samizee, A and Juhari, M.B.M. (2012). Pearson System Distribution Approximation in Wind Energy Potential Analysis. Malaysia France Institute, University Kuala Lumpur, Malaysia.
- [12] Correa, H. J., Castro, G. A y Rivera, H. G. (2014). Aplicación del modelo Black-Sholes-Merton en el estudio del comportamiento errático de los incrementos de caudales máximos (Rio Fonce, Santander). V Congreso Internacional de Ingeniería Civil, Universidad Santo Tomas Seccional de Tunja, Tunja, Colombia.
- [13] Rivera, M.E., Correa, H. J., Avendaño, B. A y Rivera, H.G. (2015). Construcción de un proceso estocástico para simular el movimiento de caudales medios en el rio Fonce (San Gil-Santander). *AVANCES Investigación en ingeniería Vol 12* ISSN: 1794-4953.
- [14] Torres, P. K., Rivera, H.G., Rivera, M.E., Fuentes, B. J y León, A. M. (2015). Identificación de la incertidumbre en el proceso estocástico de caudales medios en el rio Fonce (San Gil-Santander). *AVANCES Investigación en ingeniería Vol 12* ISSN: 1794-4953.
- [15] Fuentes, J. (2015). Aplicación del sistema de Pearson en el modelado estocástico de los procesos de precipitación, evaporación y escorrentía superficial (caudales medios) en el rio Fonce (Santander). Universidad militar nueva granada, Facultad de ingeniería civil, Bogotá D.C, Colombia.
- [16] Fuentes, J., Palacio, G. D., Hoyos, O. L., Rivera, H. G. (2015). Oportunidades entre la tecnología militar y la ingeniería civil. Caso de estudio: Aplicación del Sistema Estadístico de Pearson en la modelación de los caudales medios mensuales del rio Fonce-Santander. *Rev. Ingenieros Militares*, vol 10, 73-84.
- [17] Montañez, J. C. (2016). Interpretación estadística de la variabilidad climática en Santander y análisis de las proyecciones de cambio climático en condiciones de proceso estocástico estacionario. Caso de estudio: Río Fonce. Universidad militar nueva granada, Facultad de ingeniería, Ingeniera Civil, Bogotá D.C.
- [18] Martínez, L. F. (2016). Pronóstico hidrológico de caudales diarios en el rio Fonce (San Gil) mediante correlaciones de Pearson lluvia-escorrentía en épocas de aguas bajas. Ponencia presentada en el VI Congreso Internacional de Ingeniería Civil. Universidad Santo Tomas, Tunja.
- [19] Jiménez, G. D., Fuentes, J y Rivera, M. E. (2016). Modelado del histograma de frecuencias de las velocidades anuales del agua del rio Fonce (San Gil, Santander) mediante el Sistema de Pearson. *Revista Ingenieros Militares*, No.11, 18.
- [20] Libonatti, G. C. (2016). Aplicación de la estadística pearsoniana en el estudio de la dinámica de las lluvias multianuales en Santander y Boyacá con énfasis en la cuenca del rio Fonce. Universidad militar nueva granada, Facultad de ingeniería, Ingeniería civil, Bogotá D.C, Colombia.
- [21] Ordoñez, S. J. (1974). Modelos matemáticos en hidrología. Bogotá, Colombia.

- [22] Fernández, M. M., Vela, M. A., Castaño, F. S. (1997). La utilización de modelos en hidrología. Selección de teledetección y sistemas de información geográfica. Instituto de desarrollo regional de la Universidad de Castilla, La Mancha, España.
- [23] Chavasse, D.I y Seoane, R.S. (1997). Asociación determinístico-estocástica para predicción de caudales. Ingeniería del Agua. Volumen 4. Núm. 2. Argentina.
- [24] Dueñas, C. (1997). Marco normativo vigente ante el riesgo de inundaciones. En: Jornadas Parlamentarias sobre prevención de riesgos relacionados con el agua: VI-La protección civil ante el riesgo de inundaciones, Cámara del Senado. Madrid, España.
- [25] Kovalenko, V. (1993). Modelirovanie Gidrologicheskij protsessov. 256. Gidrometeoizdat, San Petersburgo.
- [26] Domínguez, E. A. (2000). Protocolo para la modelación matemática de procesos hidrológicos. Meteorología Colombiana, 2, 33-38, ISSN 0124-6984. Bogotá, D.C, Colombia.
- [27] Domínguez, E. A. (2004). Aplicación de la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov para el pronóstico de afluencias a embalses hidroeléctricos (caso práctico de la represa de Betania). Meteorología Colombiana, 8; 17-26, ISSN 0124-6984. Bogotá, D.C, Colombia.
- [28] Ponce, V. (1989). "Modelos Hidrológicos". En: Engineering Hydrology, Editorial Prentice Hall, (13).
- [29] Aparicio, M. F. (1992). Fundamentos de hidrología de superficie. Editorial Limusa: Grupo Noriega Editores, México, D.F.
- [30] Chow, V.T., Maidment, D.R y Mays, L.W. (1994). Hidrología aplicada. McGraw Hill, México, D.F.
- [31] Aguilera, N. M. (2007). Estimación de funciones de distribución de probabilidad para caudales máximos en la región del Maule. Universidad de TALCA, Facultad de ciencias forestales, escuela de ingeniería forestal, Talca-Chile.
- [32] Mecca, J. C. (2008). Análisis y modelación del comportamiento hidrológico de las lagunas Don Tomas y bajo Giuliani Santa Rosa, La Pampa. Universidad Nacional de La Pampa, Argentina.
- [33] García, G. F. (2010). Modelación hidrológica estocástica: desarrollo de un modelo de generación sintética de series temporales. Universidad autónoma Gabriel Rene Moreno. Santa Cruz-Bolivia.
- [34] Rébora, M. G., Querner, E., Feler, M. V y Barrionuevo, N. (2010). Simulación del flujo de aguas subterráneas, utilizando SIMGRO en el noroeste de Buenos Aires. Revista digital del Grupo de Estudios sobre Geografía y Análisis Espacial con Sistemas de Información Geográfica (GESIG), 2, 98-100.
- [35] Fattorelli, S y Fernández, P. (2011). Diseño hidrológico. Biblioteca virtual de la WASA-GN, Argentina.
- [36] Minga, G. M. (2011). Implementación de herramientas de funciones de distribución de probabilidad y prueba de bondad de ajuste en el laboratorio virtual de hidrología (HYDROVLAB). Universidad técnica particular de Loja, escuela de ingeniería civil, Loja-Ecuador.
- [37] Pinzón, M. J y Suarez, B. J. (2011). Determinación de crecientes extremas en las cuencas de alta montaña del río Guadalupe y la quebrada piedras blancas mediante la aplicación del método GRADEX. Pontificia Universidad Javeriana, Facultad de Ingeniería, Departamento de ingeniería civil, Bogotá D.C, Colombia.

- [38] Navarro, S. A. (2012). Avances en la modelación hidrológica de gran escala en cuencas patagónicas mediante incorporación de re-análisis climáticos: aplicación a la cuenca del río Baker, región de Aysén. Universidad de Chile, Santiago de Chile, Chile.
- [39] Gil, E. G. (2012). Modelación hidrológica de los páramos andinos con Topmodel: paramo de Chingaza, Colombia. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- [40] Parra, J. E. (2012). La estadística y sus aplicaciones en la ingeniería de petróleos. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- [41] Acosta, C. P y Sierra, A. L. (2013). Evaluación de métodos de construcción de curvas IDF a partir de distribuciones de probabilidad y parámetros de ajuste. Revista Facultad de Ingeniería, UPTC, Vol 22, No. 35. pp. 25-33.
- [42] Seoane, M. R. (2015). Modelos probabilísticos y estimación de la incertidumbre en procesos hidrológicos. Universidad de la Coruña, Instituto Universitario de Xeoloxia.