

Velocidad de Dispersión en el Modelo de Lente Gravitacional B1938 + 666

Dispersion Speed in the Gravitational Lens Model B1938 + 666

Ubaldo Enrique Molina Redondo*
Ingrid Steffanell De León**
Yussy C. Arteta Peña***

RESUMEN

El sistema lente gravitacional por galaxia B1938+666 tiene en su entorno una densidad relativamente baja con una imagen que es un anillo con una desviación angular respecto al eje óptico de 0,93arcseg. De acuerdo con los estudios realizados y que aparecen en un artículo publicado por Kyu-Hyun Chae en la revista *The Astrophysical Journal*, 630:764-770, 2005 september 10, en donde se supone un modelo de lente gravitacional elíptico isotérmico y singular. En nuestro caso se quiere estimar los posibles valores en la velocidad de dispersión de los componentes de la lente usando un modelo de lente tipo esfera isoterma con núcleo y considerando un universo en el cual se usan los valores más aceptados, en la cosmología estándar, para la constante de Hubble y la constante cosmológica.

Palabras clave: Velocidad de dispersión, Lente gravitacional, Anillo de Einstein.

ABSTRACT

The galaxy gravitational lens system B1938+666 has a relatively low density environment with an image that is a ring with an angular deviation of the optical axis of 0.93 arcsec according to studies conducted and published in an article published by Kyu-Hyun (2005), where a singular and isothermal-elliptical gravitational lens model is assumed. In our case, we want to estimate the possible values in the dispersion speed of the components of the lens using an isothermal sphere type lens model with core and considering a universe in which most accepted values for the Hubble constant and the cosmological constant, in the standard cosmology, are used.

Key words: Velocity dispersion, Gravitational lens, The Einstein ring.

* Lic. En Matemáticas y Física, Especialización y Magíster en Ciencias Físicas. Profesor Tiempo Completo Universidad del Atlántico.

** Ingeniera Química; Especialización en Estudios Pedagógicos y en Física General, Doctorante en Ciencias Técnicas, Universidad de Holguín "Oscar Lucero Moya", Cuba. Docente de la Facultad de Ingeniería Universidad Libre Seccional Barranquilla, Colombia. isteffanell@unilibrebaq.edu.co

*** Ingeniera Civil. Magíster en Ingeniería Civil. Universidad de los Andes, Doctorante en Ciencias Técnicas, Universidad de Holguín "Oscar Lucero Moya", Cuba. Decana de la Facultad de Ingeniería. Universidad Libre Seccional Barranquilla, Colombia. yarteta@unilibrebaq.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Las observaciones realizadas por el telescopio Hubble sobre el sistema de lentes gravitacionales B1938+666 se trata de un anillo de Einstein en el cual se han medido los corrimientos hacia el rojo en la lente y de la fuente ($z_L = 0,881$, $z_S = 1,8$ respectivamente). Esta lente gravitacional por galaxia tiene en su entorno una densidad relativamente baja con una imagen que es un anillo con una desviación angular respecto al eje óptico de $\theta_E = 0,93''$, pero no se ha podido medir con precisión la velocidad de dispersión de los componentes de la lente. De acuerdo con los estudios realizados y que aparecen en un artículo publicado, en donde se supone un modelo de lente gravitacional elíptico isotérmico y singular. Para estimar los posibles valores en la velocidad de dispersión de los componentes de la lente se ha supuesto un modelo de lente tipo esférico en donde dichos componentes tienen la misma temperatura promedio (isotérmico) con núcleo central. Para ello la densidad volumétrica de la lente de masa varía con el inverso al cuadrado de su distancia al centro del núcleo. Esta distribución volumétrica se proyecta sobre el plano formado por lente con sus imágenes (llamado plano de la lente) en donde se obtiene densidad superficial de masa (Σ) y se hace la razón con la densidad superficial crítica (Σ_{cr}) con lo cual se tiene la convergencia (k), para hallar posteriormente el ángulo de desviación (α) en términos del ángulo entre el eje óptico con la imagen de la fuente (θ). Con el ángulo de desviación se resuelve la ecuación de la lente colocando la fuente en la línea del eje óptico ($\beta = 0$) de tal manera que se obtiene el radio angular de Einstein (θ_E) en términos de la velocidad de dispersión las distancias: observador-lente, observador-fuente y lente-fuente.

Considerando un universo en el cual se fijan los valores más aceptados para la cosmología estándar respecto de la constante de Hubble y la constante cosmológica, se estiman los valores para las distancias: observador-lente, observador-fuente y lente-fuente y con la velocidad promedio de las componentes de la galaxia-lente [1].

2. ELEMENTOS BÁSICOS DE UNA LENTE GRAVITACIONAL

En un sistema de lente gravitacional se definen unos elementos básicos para ser aplicados posteriormente, pero en nuestro caso se requieren solamente de algunos de estos elementos como la ecuación de la lente, la densidad volumétrica de masa, la densidad superficial de masa, la densidad superficial crítica, el ángulo de desviación [2].

2.1. Ecuación de la lente gravitacional

De acuerdo con la relatividad general un rayo de luz es desviado de su camino cuando pasa cerca una distribución de masa que tiene un campo gravitacional intenso. Este resultado se obtiene como un caso particular de la métrica de Schwarzschild que al considerar que el rayo de luz viaja desde una fuente (**S**) hasta un observador (**O**) es desviado por el campo gravitacional de la lente (**L**). En fig. No. 1 se observa la distancia observador-lente (D_L), observador-fuente (D_S), lente-fuente (D_{LS}), los ángulos formados

por lente-observador-fuente (β), lente-observador-imagen (θ), fuente-observador-imagen (α), además del parámetro de impacto (ζ). Con argumentos de la óptica geométrica se establece una relación entre estos ángulos y las respectivas distancias y que conduce la llamada ecuación de la lente,

$$\beta = \theta - \alpha(\theta) \quad (1)$$

2.2. Modelo de lente gravitacional

El modelo de lente gravitacional que se ha propuesto, en este trabajo para el anillo B1938+666, es una distribución volumétrica de masa isotérmica y con núcleo central, que varía con el inverso de su distancia al centro, el cual se puede expresar matemáticamente [3],

$$\rho(r) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G (r^2 + a^2)} \quad (2)$$

Donde σ_v es la velocidad de dispersión de los componentes de la galaxia deflectora, G es la constante de gravitación universal, a es el radio del supuesto núcleo de la galaxia.

Esta distribución volumétrica se puede proyectar sobre el plano de la lente, llamado aproximación de la lente delgada y con la condición de aproximación, $r^2 = z^2 + \zeta^2$ la densidad superficial de la galaxia para este modelo es [4],

$$\Sigma(\zeta) = 2 \int_0^{\infty} \rho(\zeta, z) dz = 2 \int_{\zeta}^{\infty} \frac{\rho(r)r}{\sqrt{r^2 - \zeta^2}} dr \quad (3)$$

Introduciendo la ecuación (2) en la (3),

$$\Sigma(\zeta) = \frac{\sigma_v^2}{2G\sqrt{\zeta^2 + a^2}} \quad (4)$$

el cual queda en términos del parámetro de impacto, el radio del núcleo supuesto para la galaxia y la velocidad de dispersión de sus componentes.

Por otro lado para los modelos de lentes por galaxia la densidad superficial crítica es,

$$\Sigma_{cr} = \frac{c^2 D_s}{4\pi G D_L D_{LS}} \quad (5)$$

siendo c la velocidad de la luz. Esto permite que para este modelo en consideración la convergencia k , esto es la razón entre la densidad superficial y la de densidad superficial crítica, queda expresada como,

$$k = \frac{\Sigma}{\Sigma_{cr}} = \frac{2\pi\sigma_v^2 D_L D_{LS}}{c^2 D_S \sqrt{\xi^2 + a^2}} \quad (6)$$

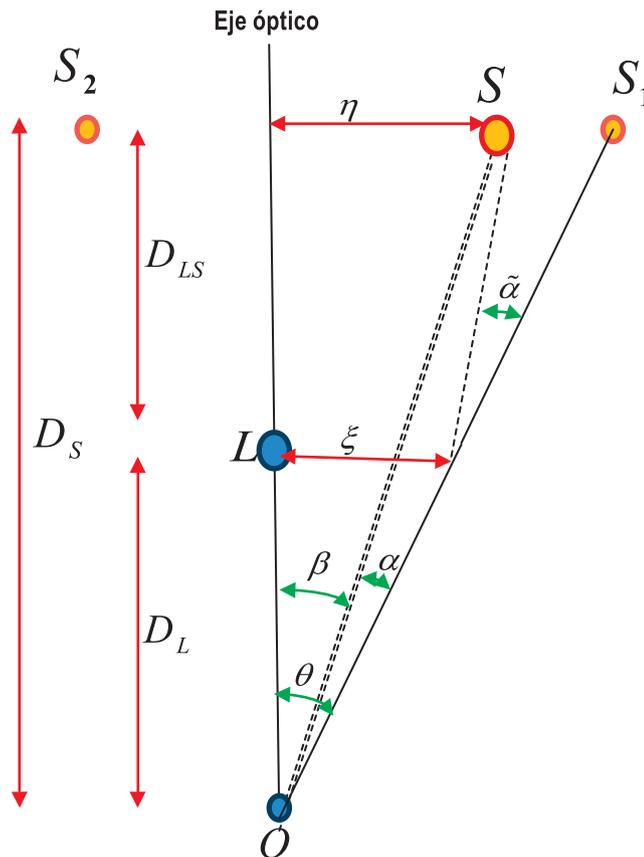


Figura 1. Esquema de una lente gravitacional donde se muestran la fuente con dos imágenes, la lente, el observador y los respectivos ángulos y distancias

Fuente: Elaboración del autor

En donde el parámetro de impacto, la distancia a la lente y el ángulo de desviación se relaciona por:

$$\zeta = \theta D_L$$

2.3. Ángulo de desviación

Es uno de los elementos básicos de la lente gravitacional, puesto que generalmente se pueden medir observacionalmente en un sistema que se esté estudiando. Este ángulo de desviación se encuentra usando la relación [5],

$$\alpha(\theta) = \frac{2}{\theta} \int_0^\theta \theta' k(\theta') d\theta' \tag{7}$$

la cual se satisface para los valores $\theta' < \theta$. Al reemplazar la convergencia dada por la ecuación (6), en la ecuación (7) se tiene,

$$\alpha(\theta) = \frac{B}{\theta} \left[\sqrt{\theta^2 + A^2} - A \right] \tag{8}$$

donde se han definido las cantidades adimensionales [6]:

$$B = \frac{4\pi\sigma_v^2 D_{LS}}{c^2 D_S} \text{ y } A = \frac{a}{D_L} \tag{9}$$

es para facilitar la solución de la ecuación de la lente en la búsqueda del radio angular de Einstein para este modelo.

2.4. Radio del anillo de Einstein

Para encontrar el radio angular del anillo de Einstein para el modelo de lente que se está estudiando en este trabajo, se reemplaza el ángulo de desviación, ecuación (8), en la ecuación de la lente (1), con la condición que el ángulo entre el eje óptico y la fuente sea cero ($\beta = 0$), como se muestra en la Figura 2,

$$\beta = \theta - \frac{B}{\theta} \left[\sqrt{\theta^2 + A^2} - A \right] = 0 \tag{10}$$

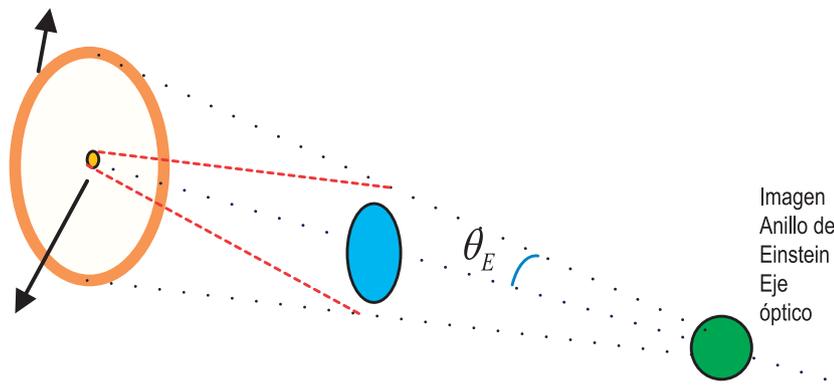


Figura 2. Esquema de un anillo de Einstein en donde se muestran la fuente, la lente y el observador alineados

Fuente: Elaboración del autor

Al resolver la ecuación y luego de algunos pasos algebraicos sencillos el radio angular de Einstein es,

$$\theta_E = B \sqrt{1 - 2 \frac{A}{B}} \quad (11)$$

se observa de esta expresión que cuando no hay núcleo ($a = 0$), se llega al mismo resultado para el caso del modelo de Esfera Singular Isotérmica, es decir,

$$\theta_E = B = 4\pi \left(\frac{\sigma}{c} \right)^2 \frac{D_{LS}}{D_S} \quad (12)$$

en nuestro caso se está considerando el efecto de un núcleo en la galaxia. De la expresión (11) se puede inferir que $2 \frac{A}{B} = 1$, con lo cual se aplica la condición binomial si $(1+x)^n \approx 1 + nx$ si $x = 1$, esto es,

$$\theta_E = B - A = \frac{4\pi\sigma_v^2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_S} - \frac{a}{D_L} \quad (13)$$

de donde se observa que la presencia de un núcleo hace que el radio de Einstein sea menor.

3. VELOCIDAD DE DISPERSIÓN EN EL ANILLO B1938+666

De la expresión (13) se deduce que la velocidad de dispersión de las componentes de la galaxia modelada con núcleo central en términos del radio de Einstein es [2],

$$\sigma_p = c \sqrt{\frac{1}{4\pi} \frac{D_S}{D_L D_{LS}} (\theta_E D_L + a)} \quad (14)$$

en donde se analiza que para el caso de anillos gravitacionales la presencia de núcleos centrales en la galaxia deflectora la velocidad de dispersión de sus componentes es mayor.

Para un análisis más detallado de la velocidad de dispersión se introduce el parámetro de impacto $\xi_E = \theta_E D_L$ y además escribir el radio del núcleo en términos de este parámetro en la forma, $a = n \xi_E$ con lo cual la expresión (14) queda,

$$\sigma_p = c \sqrt{\frac{1}{4\pi} \frac{D_S}{D_L D_{LS}} (1+n) \xi_E} \quad (15)$$

siendo n un parámetro adimensional que puede tomar valores en rango $0 \leq n < 1$.

Para el sistema anillo B1938+666, se ha medido observacionalmente el radio angular de Einstein $\theta_E = 0,93''$, el corrimiento hacia el rojo de la lente $z_L = 0,881$, y el corrimiento hacia el rojo de la fuente $z_S = 1,8$, mediante los cuales se puede estimar la velocidad de dispersión de las componentes de la galaxia en términos del radio del núcleo.

Las distancias observador-lente, observador-fuente y lente-fuente se pueden calcular a partir de sus respectivos corrimientos hacia el rojo, usando una ecuación diferencial que se deduce de las ecuaciones de Friedman-Lemaitre, llamada ecuación de Dyer-Roeder [5],

$$\begin{aligned}
 & (\Omega_d + 1 + \frac{z(z+2)}{(1+z)^2} \Omega_v) \frac{d^2 r(z)}{dz^2} + \frac{1}{1+z} (\frac{7}{2} \Omega_d z + \frac{\Omega_d}{2} - \frac{(3z^2+6z+1)}{(1+z)^2} \Omega_v) \frac{dr(z)}{dz} + \\
 & \frac{3}{2(1+z)} \tilde{\alpha} \Omega_d r(z) = 0
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

en donde z : es el corrimiento hacia el rojo de la lente o de la fuente, Ω_d : es el parámetro de densidad de materia del universo, Ω_v : es el parámetro de densidad de constante cosmológica y $\tilde{\alpha}$: es el parámetro de suavidad. Se fijan los parámetros cosmológicos de tal manera que la suma de las contribuciones de materia y de constante cosmológica sea una, pero manteniéndolo en el rango de valores más aceptados en la literatura.

Este rango se mantiene en virtud que de acuerdo con las observaciones realizadas en el anillo que se considera en este trabajo es donde se han hecho las observaciones y respectivas mediciones.

Tabla 1. Distancias diametrales angulares en función de la constante cosmológica en el anillo B1938+666

Ω_v	$r(z_L)$	$r[se(z_L, z_S)]$
0,6	0,3723	0,1220
0,62	0,3753	0,1242
0,64	0,3784	0,1265
0,66	0,3816	0,1290
0,68	0,3850	0,1316
0,7	0,3884	0,1344

Fuente: Elaboración del autor

La distancia de la lente o la fuente se obtiene resolviendo esta ecuación diferencial por medio de un programa numérico en matemática y haciendo posteriormente el producto $\frac{c}{H_0} r(z)$. Mientras que la razón

de distancias $D_{Ls} D_L / D_s$, llamada sección eficaz, se obtiene haciendo el producto $\frac{c}{H_0} r[se(z_L, z_S)]$.

Aprovechando la medición del radio angular de Einstein $\theta_E = 0.93 \text{ arcseg} = 4.5 \times 10^{-6} \text{ rad}$, y la ecuación (14), se puede llegar a una relación más simple para estimar la velocidad de dispersión de las componentes de la galaxia modelada como una esfera isoterma con núcleo.

En consecuencia tomando el valor en la constante de Hubble aproximadamente en $H_0 = \frac{80 \text{ Km/s}}{\text{MPC}}$, la velocidad de dispersión de las componentes queda términos de los valores que aparecen en la Tabla 1 y en función del radio del núcleo,

$$\sigma_p = (176,66 \text{ Km/s}) \sqrt{\frac{r(z_L)}{r[se(z_L, z_S)]} (1+n)} \quad (17)$$

Tomando los datos de la Tabla 1 y diferentes valores se pudo establecer que los valores de la velocidad de dispersión que mejor contrastan con las observaciones realizadas por SDSS y SRSS corresponden con los de la cosmología estándar, es decir, $\Omega_v = 0.7$ y $\Omega_d = 0.3$, en consecuencia,

$$\sigma_p = (300.31 \text{ Km/s}) \sqrt{1+n} \quad (18)$$

Tabla 2. Velocidad de dispersión en el anillo B1938+666 en función del radio del núcleo

n	$\sigma_p \text{ (Km/s)}$
0	300,31
0.1	314,97
0.2	328,97
0.3	342,41
0.4	355,33
0.5	367,80

Fuente: Elaboración del autor

Se han escogido estos valores en la constante cosmológica puesto que con ellos se obtienen las velocidad de dispersión en el rango aproximado al encontrado por la central estelar SRSS [7]. Para valores menores que la constante cosmológica del modelo estándar del universo esta velocidad se torna muy grande respecto de las mediciones realizadas por The Sloan Digital Sky Survey (SDSS).

4. CONCLUSIONES

Se obtiene una expresión para la velocidad de dispersión de las componentes de la galaxia deflectora

modelada como una esfera isotérmica con núcleo para el caso específico de anillos gravitacionales de Einstein.

Este modelo se aplica al anillo B1938+666 y se estiman valores para la velocidad de dispersión de las componentes de la galaxia deflectora, en principio para diferentes valores en la constante cosmológica y básicamente para el modelo estándar de la cosmología.

La velocidad de dispersión de las componentes del anillo gravitacional B1938+666 presenta unos valores estimados entre 300Km/s y 370Km/s cuando se toman los valores en los parámetros cosmológicos acordes con el modelo estándar. Pero cuando se suponen valores en la constante cosmológica menores que los aceptados por el modelo estándar de la cosmología, la velocidad de dispersión se hace muy grande y se aleja respecto a los estimados por las observaciones de la central estelar SRSS.

La presencia del núcleo en el anillo gravitacional ocasiona que la velocidad de dispersión sea mayor que la que se encuentra en el modelo de lentes usado por Kyu-Hyun Chae en la revista *The Astrophysical Journal*, en el cual supone un modelo elíptico isotérmico singular [7].

La distribución de la velocidad de dispersión de un sistema de lentes por galaxia depende tanto del potencial gravitacional total de la galaxia como también de la forma de la distribución de esta masa, es decir, del modelo de lente que se adopte para el sistema.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] K.S. Virbhadra, D. Narasimha, S.M. Chitre, "Astron", *Astrophys*, vol. 337, 2008.
- [2] J. Wambsganss, "Gravitational Lensing in Astronomy", *Living Reviews in Relativity*, 2001.
- [3] P. L. Schechter, C. D. Baylin, R. Barr, R. Barvainis, et al., *The Astrophysical Journal*, vol. 475, pp. L85-L88, 1997.
- [4] P. Schneider, J. Ehlers y E. Falco, Gravitational lenses. NY: Ed. Springer-Verlag, 1992.
- [5] C.C. Dyer, R.C. Roeder, "Observations in Locally Inhomogeneous Cosmological Models", *Apj*, vol.167, pp. 189-192, 1974.
- [6] J. M. Tejeiro. "Notas de clase". Universidad Nacional, Bogotá.
- [7] Kyu-Hyun Chae en la revista *The Astrophysical Journal*, 630, pp.764-770, 2005.

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA

- L. Castañeda. Efecto de la Constante Cosmológica en la Probabilidad de Lentes Gravitacionales. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia.
- R. Narayan y M. Bartelmann, "Lectures on Gravitational Lensing". Max Planck- Institut fur Astrophisik, 1997.

- C. D. Impey, E. E. Falco, C. S. Kochanek, J. Lehár, B. A. Mcleod, H. W. Rix, C. Y. Peng y C. R. Keeton. *The Astrophysical Journal*, 509: 551-560, 1998.
- F. Courbin, P. Magain, C. Keeton, C. Kochanek, C. Vanderriest, A. Jaunsen y J. Hjorth. *Astrophysics Andimage Processing*, vol. 324: L1-L4, 1997.