

# Aplicación de nuevas propuestas multivariantes para medir la capacidad de un proceso

## Application of new multivariate proposals to measure the capacity of a process

Aníbal Verbel<sup>\*</sup>  
Roberto José Herrera<sup>\*\*</sup>  
Karime Maestre<sup>\*\*\*</sup>

### RESUMEN

El índice de capacidad multivariante es de suma importancia para la evaluación del cumplimiento de las especificaciones de un producto, bajo las pautas exigidas en el diseño o por los requerimientos exigidos por el cliente. Actualmente se conocen un importante número de propuestas que pretenden evaluar eficientemente este indicador, pero no existe un consenso acerca de cuál es la mejor medida que permita evaluar las especificaciones de un producto con varias características de calidad. En este artículo se presenta un ejemplo de un producto farmacéutico en el cual se realiza la medición a cuatro variables o características de calidad, en donde se desarrollan dos nuevas propuestas de indicadores multivariantes [1] y [2], que difieren algunos en los resultados, pero son similares en cuanto al concepto tradicional de calidad, en donde el paradigma existente es el cumplimiento o no de ciertas especificaciones de diseño.

**Palabras claves:** multivariante, índice de capacidad, especificaciones, calidad, valor objetivo.

### ABSTRACT

The multivariate index capability is of utmost importance for the assessment of compliance with the specifications of a product under the guidelines required by design or by the requirements demanded by the customer. Currently a number of proposals intended to efficiently evaluate this indicator are known, but there is no consensus about what is the best measure to evaluate the specifications of a product with several quality characteristics simultaneously. An example of a pharmaceutical product in which four variables measuring quality or characteristics is performed, where two new proposals multivariate indicators [1] and [2], which differ in some results, but they are similar in quality to the traditional concept, where the existing paradigm is compliance or not certain design specifications.

**Keywords:** Multivariate, capability indices, specifications, quality, target value.

Como citar este artículo:

A. Verbel, R. J. Herrera, K. Maestre, "Aplicación de nuevas propuestas multivariantes para medir la capacidad de un proceso". *Ingeniare*, N<sup>o</sup>. 21, pp. 33-44, 2016.

<sup>\*</sup> Magister Estadística Aplicada. Universidad Libre, Facultad de Ingeniería, Programa de Ingeniería Industrial, Barranquilla, Colombia. Profesor asociado. Grupo de Investigación de Desarrollo Empresarial. GIDE. averbel@unilibrebaq.edu.co

<sup>\*\*</sup> Magister en Ciencias Estadísticas. Universidad del Atlántico. Facultad de Ingeniería. Programa de Ingeniería Industrial. Grupo de Investigación Gestión de la Calidad y Estadística Industrial. Barranquilla, Colombia. Profesor asociado. robertoherrera@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>\*\*\*</sup> Magister en Matemáticas. Universidad Autónoma del Caribe, Departamento de Ciencias Básicas, Barraquilla, Colombia. Profesor catedrático. karime\_maestre@hotmail.com

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1. El índice de capacidad multivariante

El índice de capacidad multivariante es una medición que determina el ajuste de un producto a las especificaciones de diseño establecidas bajo el criterio del área de ingeniería. Generalmente la evaluación de este indicador requiere que el supuesto de normalidad de cada una de las características de calidad monitoreadas se cumpla con parámetros conocidos, estimados en la Fase I de control, proceso de estabilización estadística. El propósito de este trabajo es presentar la metodología de dos nuevas propuestas de índices de capacidad multivariante que se limitan a determinar el cumplimiento o no de ciertas especificaciones de diseño (índices tradicionales), sin incluir otros aspectos importantes que se presentan en el proceso, tales como los productos con calidad comercial, es decir, es decir unidades con alguna o algunas de las características de calidad no satisfechas, pero que pueden cumplir con su función de uso. En los últimos veinte años, la literatura muestra propuestas novedosas de indicadores de capacidad multivariante con diversas alternativas de medición en el campo multivariante, tales como los índices de capacidad utilizando ACP, análisis de componentes principales, [3] y [4] y [5].

### 1.2 Antecedentes

En los últimos veinte años en la medida que la globalización ha impactado fuertemente los mercados mundiales, formando consumidores más analistas y exigentes, es indispensable que las empresas se preocupen en ofrecer productos de alta calidad, lo que implica no solo el cumplimiento de todas las especificaciones requeridas por el diseño, sino también las necesidades demandadas por los clientes; ofreciendo productos robustos con el propósito de fidelizarlos, además lograr un éxito económico y mantener el producto a largo plazo en el mercado. Esta meta requiere que las empresas con el objetivo de mejorar los procesos productivos, implementan herramientas de mejoramiento como es el caso del control estadístico de procesos, en las áreas de la producción y de esta manera ofrecer productos realmente competitivos.

Algunos autores de gestión de calidad y control estadístico de calidad, tales como Genichi Taguchi, Edwards Deming, Kaoru Ishikawa, Walter Andrew Shewhart, entre otros destacados, coinciden en la necesidad de usar técnicas estadísticas que proporcionen un real estimativo del grado de cumplimiento de los requisitos y especificaciones, y para cubrir esta necesidad existe un conjunto de técnicas estadísticas que aplicadas en forma conjunta, estructuran lo que se conoce como el Control Estadístico del Proceso (CEP) y dentro de estas herramientas se encuentran la medición de los índices de capacidad de procesos.

Estos índices han sido utilizados en la industria manufacturera para proporcionar medidas numéricas sobre el potencial de un proceso y su rendimiento[6]. En forma continua, aun se utiliza en el sector productivo colombiano los índices de capacidad univariados, es decir, la evaluación del cumplimiento de una de las características de calidad del producto, hace más de cincuenta años se recurre a este

indicador; a diferencia de los indicadores multivariantes de procesos en donde se realiza una medición simultánea de varias características de calidad del producto, indicador relativamente novedoso, pero escasamente aplicado en el sector productivo. En consecuencia en el marco de este último escenario [7] y [9] presentaron un índice de capacidad de proceso  $S_{pmk}$  que combina los beneficios de los índices  $S_{pk}$  de [8] y  $S_{pm}$  de [5]. Este índice  $S_{pmk}$  también ofrece como ventaja, posibilitar al usuario observar si la varianza del proceso se incrementa y/o el promedio del proceso se desvía de su valor objetivo  $T$ . Es un índice de capacidad diseñado para controlar los procesos cuyo comportamiento se distribuye en forma normal o procesos cuyo comportamiento sean cuasi normales. Este índice se considera posiblemente como el índice con mayor utilidad hasta el momento en los procesos con especificaciones de tipo bilateral. El autor [9] muestra un estimador  $S_{pmk}$  asintóticamente insesgado, como también muestra, en condiciones generales, que este indicador converge a una distribución normal  $N \sim (0, \sigma_{pmk}^2)$ .

Los índices de capacidad multivariantes, aparecieron en la literatura de control de calidad, a partir de la década de 1990. Durante este periodo las propuestas planteadas en su mayoría asumieron normalidad multivariante en la información para el cálculo del índice de capacidad, como una generalización de sus análogos univariantes. En [10] revisaron en detalle tres métodos multivariantes ([11], [12], y [13]). En general, [11] presentaron tanto un índice de capacidad  $S_p$  multivariante y un índice multivariante con valor objetivo  $S_{pmk}$  ( $MS_p$  y  $MS_{pm}$ ) y formularon un índice de capacidad multivariante en una aplicación de cajas de proceso en donde el hiperrectángulo es el área de las especificaciones de diseño. [13] reconoció la necesidad de evaluar las medidas de capacidad multivariante, su propuesta se basó en un índice multivariante de tres componentes.

## 2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA Y METODOLOGÍA

### 2.1 Índice de Capacidad Univariado

Según [14] para evaluar los índices de capacidad en el caso univariado solo es necesario comparar la razón de dos intervalos: los límites de tolerancia de las especificaciones y la medida de dispersión de la curva normal.

Para este caso univariado, las formulaciones tradicionales aplicadas para el cálculo de este indicador posee la siguiente forma,

$$S_p = \frac{[les - lei]}{6\sigma}$$

$$S_{pk} = \min \left\{ S_{pku} = \frac{les - \mu}{3\sigma}; S_{pkl} = \frac{\mu - lei}{3\sigma} \right\}$$

Cuando se evalúa el índice capacidad utilizando, [15], valores objetivos las formulaciones aplicadas son las siguientes,

$$S_{pm} = \frac{[les - lei]}{6\sqrt{\sigma^2 + [T - \mu]^2}}$$

$$S_{pmk} = \min \left\{ S_{pku} = \frac{les - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + [T - \mu]^2}}; S_{pkl} = \frac{\mu - lei}{3\sqrt{\sigma^2 + [T - \mu]^2}} \right\}$$

Siendo el valor objetivo del proceso por lo general establecido por la experticia del experto en el proceso. El intervalo de confianza para estos índices univariados, según [16] se define usando  $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$  de la siguiente manera,

$$P \left[ \chi^2_{(n-1, \frac{\alpha}{2})} \leq \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \leq \chi^2_{(n-1, 1-\frac{\alpha}{2})} \right] = 1 - \alpha$$

$$P \left[ \frac{1}{S} \sqrt{\frac{\chi^2_{(n-1, \frac{\alpha}{2})}}{n-1}} \leq \frac{1}{\sigma} \leq \frac{1}{S} \sqrt{\frac{\chi^2_{(n-1, 1-\frac{\alpha}{2})}}{n-1}} \right] = 1 - \alpha$$

Multiplicando por  $\frac{(les-lei)}{6}$  en el intervalo de confianza tenemos,

$$P \left[ \frac{(les - lei)}{6S} \sqrt{\frac{\chi^2_{(n-1, \frac{\alpha}{2})}}{n-1}} \leq \frac{(les - lei)}{6\sigma} \leq \frac{(les - lei)}{6S} \sqrt{\frac{\chi^2_{(n-1, 1-\frac{\alpha}{2})}}{n-1}} \right] = 1 - \alpha$$

Así que el intervalo  $(1 - \alpha)$  100% de confianza para  $S_p$  es,

$$\left[ \hat{S}_p \sqrt{\frac{\chi^2_{(n-1, \frac{\alpha}{2})}}{n-1}}, \hat{S}_p \sqrt{\frac{\chi^2_{(n-1, 1-\frac{\alpha}{2})}}{n-1}} \right]$$

En el caso particular de los índices de capacidad multivariantes, se tiene inicialmente la matriz de datos  $X$  de orden  $np$ , donde  $p$  es el número de características de calidad medidas en un producto y  $n$  es el número de productos monitoreados. Se asume que las  $n$  observaciones son independientes y representan una muestra aleatoria de una distribución normal multivariante con correlaciones entre las variables. Cada una de las variables del producto posee especificaciones técnicas de cumplimiento, es conocido el vector de medias  $\mu_0$  de los valores objetivos para cada una de las características de calidad medidas.

Según lo propone [3], existen cuatro formas de definir los índices de capacidad multivariado.

1. Aquéllos basados en la razón de la región de tolerancia y una región de proceso, tal como el propuesto por Taam et al. [11].
2. Un segundo grupo que utiliza la proporción de productos no conformes, como los que presentan Taam et al. [11], Castagliola P et al.[18], Bothe, D. [1] y Wierda, S.J.[17].
3. Otro grupo basado en la aplicación de la técnica de análisis de componentes principales, como lo sugieren Wang F.K. y Chen. J. [4] y Chan L.K. et al. [5]
4. Un cuarto grupo que incluye otras propuestas, como la presentada por Shahriari, H. y Abdollahzadeh, M. [2]

## 2.2 Índice de capacidad multivariado de Proporción de Productos No Conformes

Los autores [1] y [17] han desarrollado un índice de capacidad que evalúa características de calidad que intervienen dentro de un proceso productivo, evidenciando en su propuesta el grado o proporción con que un producto puede cumplir integralmente con cada una de las especificaciones y requerimientos del mercado. Basado en la proporción de cumplimiento de cada una de las características del proceso, el índice de capacidad para múltiples características se obtiene de la siguiente forma,

$$S_{pk}^T = \frac{1}{3} \phi^{-1} \left\{ \frac{\left[ \prod_{j=1}^p (2\phi(3S_{pkj}) - 1) + 1 \right]}{2} \right\}$$

Donde  $S_{pkj}$  denota el valor de la  $j$  – énesima característica para  $j: 1,2,\dots, N$ ,  $p$  es el número de características y  $\phi$  es la distribución normal estándar.

Para el cálculo del índice de capacidad para un proceso que cuenta con  $p$  variables, [18], [1] y [17] consideran una manera simple de hacerlo es tomando el porcentaje mínimo de no conformes de cada una de las características  $P1 = P2, \dots, Pp$ . Por lo que en todo el proceso el índice de capacidad multivariante es la medida mínima es  $P = \min\{P1, P2, \dots, Pp\} = 99.73\%$  (1)

Suponga que las características son tres ( $p = 3$ ), con igual porcentaje de no conformes  $P1 = P2 = P3 = 99.73\%$  Aplicando la formulación de (1) entonces el porcentaje del proceso es  $P = \min\{P1, P2, P3\} = 99.73\%$  (o 2700 ppm de no conformes). Asumiendo que las características son independientes, el rendimiento del proceso es  $P1 \times P2 \times P3 = 0,9919$  (o 8078 ppm de no conformes), que es significativamente menor al calculado por (1), usando esta propuesta el índice de capacidad multivariante toma la siguiente formulación,

$$\frac{1}{3} \phi^{-1} \left\{ \frac{\left[ \prod_{j=1}^p (2\phi(3S_{pkj}) - 1) + 1 \right]}{2} \right\} = c$$

$$\prod_{j=1}^p [(2\phi(3S_{pkj}) - 1) + 1] = 2\phi(3c) - 1$$

$$P = \prod_{j=1}^p P_j = \prod_{j=1}^p [(2\phi(3S_{pkj}) - 1) + 1] = 2\phi(3S_{pkj}^t) - 1$$

$$P = \prod_{j=1}^p P_j = \prod_{j=1}^p [(2\phi(3S_{pkj}) - 1) + 1] = 2\phi(3S_{pkj}^t) - 1$$

Por otro lado [18] indican la siguiente formulación para el cálculo del índice de capacidad multivariante,

$$S_p^T = \frac{1}{3} \phi^{-1} \left\{ \left[ \prod_{j=1}^p (P) \right] \right\}$$

Donde  $P$  es la probabilidad de cumplir con las especificaciones, considerando que las observaciones del proceso poseen una distribución normal  $N \sim (\mu, \sigma^2)$ . Esta probabilidad está definida como,

$$P = \left\{ \left[ \prod_{j=1}^v p(\text{lei} \leq x \leq \text{les})_j \right] \right\} = \left\{ \left[ \prod_{j=1}^v p(z_l \leq Z \leq z_u)_j \right] \right\}$$

### 2.3 Índice de capacidad mediante Razón de Regiones

La propuesta de [20] define un vector con tres componentes. Los dos primeros componentes usan el supuesto de que los datos del proceso provienen de una distribución normal multivariante [21] con contornos elípticos que definen regiones de probabilidad. El tercer componente se basa en el conocimiento geométrico de la región del proceso, relativo a la región de especificación.

El primer componente es análogo a la razón de longitudes en el caso univariado.

$$S_{pM} = \left[ \frac{\text{volumen de tolerancia}}{\text{volumen de la region}} \right]^{\frac{1}{p}}$$

El autor [20] define el numerador como la región de tolerancia, en el caso bidimensional es el área o el volumen en tres dimensiones y el denominador es una región modificada del proceso.

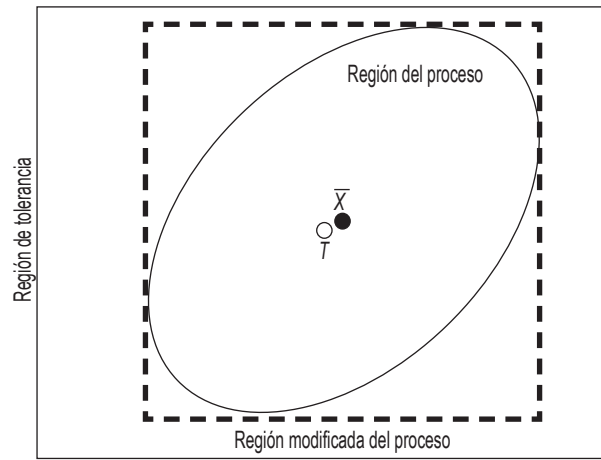


Figura 1. Región de tolerancia, región de contorno y la región del proceso.

En la figura 1 se presenta la región modificada del proceso, más pequeña pero similar en forma a la región de tolerancia, circunscrita al rededor de un contorno de probabilidad específico. Los bordes del rectángulo, como límite inferior del proceso ( $LSP_i$  y  $LIP_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$  respectivamente), se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones de primeras derivadas con respecto a  $\chi_p$ , de la forma cuadrática.

$$T^2 = [(X - \mu_0) \cdot \Sigma^{-1} (X - \mu_0) = \chi^2_{(\alpha, p)}]$$

$\chi^2(\alpha, p)$  es el percentil superior 100  $(1-\alpha)\%$  de la distribución  $\chi^2$  con  $p$  grados de libertad.

$$S_{pM} = \left[ \frac{\prod_{i=1}^p [les_i - lei_i]}{\prod_{i=1}^p [LSP_i - LIP_i]} \right]^{\frac{1}{p}}$$

Los límites de proceso para cada una de las características de calidad están denotados con la siguiente formulación,

$$LSP_i = \mu_i + \sqrt{\frac{\chi^2_{\alpha, p | \Sigma_i^{-1} \cdot |}}{|\Sigma^{-1}|}} \quad LIP_i = \mu_i - \sqrt{\frac{\chi^2_{\alpha, p | \Sigma_i^{-1} \cdot |}}{|\Sigma^{-1}|}}$$

$|\Sigma_i^{-1} \cdot |$  es el determinante de una matriz obtenida de  $|\Sigma^{-1}|$  borrando la fila y columna de la característica  $i$ . El segundo componente está definido como  $PV = P\left(T^2 > \frac{(n-p)F_{\alpha, n-p}}{p(n-1)}\right)$ , este estadístico se encuentra comprendido  $0 < PV < 1$ , donde un valor cercano a cero es indicativo que el proceso está alejado de su centramiento.

El procedimiento de comparación en la evaluación de los indicadores de capacidad multivariante, es aplicando simulaciones. En donde se fija un vector de medias y una matriz de varianza covarianza similar para las variables  $p$  involucradas, bajo intervalos de muestreo constante. La sensibilidad se determina evaluando el porcentaje interacciones que indican cuantas veces el proceso es capaz o de no de cumplir (o cumplir) con las especificaciones de diseño.

### 3. EJEMPLO PRÁCTICO

Los altos índices de contaminación en las grandes urbes y la exposición a polvo en el lugar de trabajo es un problema que afecta a millares de trabajadores en diferentes sectores de la economía: minería, fundición, canteras, textil, panaderías, agricultura, etc. Según el tipo de partículas, los efectos sobre la salud pueden ser más o menos graves. Sin embargo, no hay polvos inofensivos; cualquier exposición a polvo supone un riesgo. En general, el polvo provoca irritación de las vías respiratorias y tras exposiciones repetidas, puede dar lugar a enfermedades de alto peligro. Por lo tanto, *la prevención de riesgos en los lugares de trabajo* es un tema que preocupa tanto a empresarios como a organizaciones sindicales, razón por la cual se ha tomado como ejemplo para este artículo el uso de la levocetirizina, medicamento usado para el tratamiento de los síntomas asociados a la Rinitis alérgica estacional (RAE), Rinitis alérgica perenne y Urticaria crónica idiopática.

Levocetirizina jarabe 2.5 mg / 5 ml, está indicado para el tratamiento de síntomas asociados a enfermedades alérgicas como: rinitis alérgica estacional (incluyendo síntomas oculares), rinitis alérgica crónica idiopática desde los 6 meses de edad. El desarrollo de pruebas analíticas para la determinación de pH, densidad, valoración de principio activo y contenido de sacarosa en la elaboración de productos farmacéuticos tienen como principal objetivo determinar el cumplimiento de las especificaciones establecidas para cada una de estas variables según las normativas. A continuación se presenta en la tabla 1, una muestra de estas características de calidad.

**Tabla 1. Información del proceso de fabricación de la Levocetirizina Jarabe 2.5**

ph	Densidad	Valoración	Contenido de sacarosa
2,7000	,9980	99,5340	62,0720
2,7100	,9941	99,5230	65,9390
2,7100	1,0816	99,5120	68,0450
2,7200	1,0339	99,4920	67,8610
2,7400	1,0403	99,4620	68,0220
2,7400	1,0615	99,6160	68,0750
3,0500	1,2663	99,4920	71,0430
2,7600	1,0555	99,5710	67,9650
2,7700	1,0385	99,4170	67,8270
2,7700	1,0801	99,5020	68,0210
2,7800	1,0152	99,4060	67,9120
2,7800	,9972	99,4160	64,0830
2,7900	1,0913	99,4650	67,8830
2,7900	1,0497	99,4510	67,9720
2,7900	1,0668	99,4260	68,0490
2,8000	1,0421	99,5400	67,7890



**Tabla 2. Especificaciones de las variables de la Levocetirizina Jarabe 2.5**

Variable	Criterio de aceptación	Unidades
pH	2.5 – 3.5	
Densidad	1.000 – 1.260	g/ml
Valoración	90.0 – 110	%
Contenido de Sacarosa	65 – 70	%

*Supuesto de normalidad:*

Prueba de normalidad Shapiro Wilks	
Variable	Valor p
X1	0,000015
X2	0,0007
X3	0,6714
X4	0,0002

Vector medias	Valor P
X1	
X2	<b>0,05814</b>
X3	
X4	

Los parámetros obtenidos en la Fase I, [22] en este proceso son los siguientes, muestra la siguiente matriz de varianza covarianza,

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.00261 & 0.00180 & -0.00041 & 0.02384 \\ 0.00180 & 0.00789 & 0.00093 & 0.10649 \\ -0.00041 & 0.00093 & 0.009525 & 0.05351 \\ 0.02388 & 0.10644 & 0.05351 & 3.22977 \end{bmatrix} \quad \mu = \begin{bmatrix} 2.84472 \\ 1.08674 \\ 99.4811 \\ 67.8284 \end{bmatrix}$$

Para el cálculo del índice de capacidad según [17], [1] y [16]

$$S_{pk}^T = \frac{1}{3} \phi^{-1} \left\{ \frac{[(1 \times 0.6711 \times 1 \times 0,773) + 1]}{2} \right\} = \frac{1}{3} \phi^{-1} \{0.759\} = 0.23$$

El índice de capacidad de 0.23 indica que este proceso no es capaz de cumplir con las especificaciones de diseño, se debe aclarar que la línea base de esta propuesta exigido es de aproximadamente de 1.16.

Aplicando la propuesta de [13] los límites de proceso para cada una de las características de calidad están denotados con la siguiente formulación para la primera variable, que en este caso es pH.

$$P_1 = 1.08483 + \sqrt{\frac{12.85 \times 144050}{5209200}} = 1.2733 \quad LIP_1 = 1.08483 - \sqrt{\frac{12.85 \times 144050}{5209200}} = 0.8963$$

El proceso es capaz de satisfacer las especificaciones establecidas en el diseño, calculada de la siguiente forma

$$S_{pM} = \left[ \frac{1 \times 0,26 \times 20 \times 15}{0.37700 \times 0.65553 \times 0.2196 \times 12.8858} \right]^{\frac{1}{4}} = 3.25$$

El valor de  $PV = P(T^2 > 0.884) = 0.4813$ , indica que el proceso se encuentra relativamente centrado.

En cuanto al tercer componente obsérvese que la región modificada está incluida dentro de la región de tolerancia  $LI = 1$ , confirma la capacidad de cumplimiento del proceso.

## 5. RESULTADOS

En la tabla 3, se presenta los resultados obtenidos para las propuestas presentadas en el desarrollo del ejemplo. Se muestra que el índice de [13] posee un valor por encima de las propuestas de [4] y [23] lo que muestra poca sensibilidad de este índice de capacidad. Caso contrario se presenta en la propuesta de [19] que para este proceso manifiesta no cumplimiento.

**Tabla 3. Resumen de resultados de las propuestas de indicadores multivariantes de las especificaciones de las variables de la Levocetirizina Jarabe 2.5.**

Propuestas	Aplicación	Índice de capacidad	Cálculo obtenido	PV	LI	Resultados
Castagliola P. et al (2009)	Proporciones		0.230			El proceso no es capaz
Shahriari, Hubele and Lawrence (1995)	Razón de regiones		3.250	0.4813	1	El proceso es capaz

## 5. CONCLUSIONES

Este ejercicio práctico es un ejemplo de que las diversas propuestas y criterios para evaluar la capacidad multivariada de un proceso, evidencia os siguientes aspectos:

- No existe un consenso que permita evaluar este indicador, evidenciando los diferentes aspectos que se toman para construir este indicador.
- Aun subsisten diversos paradigmas en el desarrollo de la evaluación de un proceso, como es el caso de separar las unidades en conformes y no conformes.
- Se hace necesario construir nuevos indicadores que permitan realizar mediciones que modelen o interpreten escenarios reales de los procesos.

En esta área de la calidad, y en el actual desarrollo tecnológico de los procesos, se hace necesario el monitoreo continuo de todas las variables que involucran la calidad de un producto. Por lo que es imperativo que la estadística asociada al control estadístico tenga a corto plazo un indicador consensuado multivariante.

## REFERENCIAS

- [1] D. Bothe, "A Capability study for an entire product", *Rev. ASQC Quality Control Transactions*, Vol. 46, No. 0, pp. 921-925, May 1991.
- [2] H. Shahriari y M. Abdollahzadeh, "A new multivariate process capability vector". *Rev. Quality Engineering*, Vol. 21, No. 3, pp. 290-299, 2009.
- [3] R.L. Shinde y K.G. Khadse, "Multivariate process capability using principal component analysis", *Rev. Quality Engineering*, Vol. 25, No. 1, pp. 69-77, 2009.
- [4] F.K. Wang y J. Chen, (1998), "Capability index using principal component analysis", *Rev. Quality Engineering*, Vol. 11, No.1, pp. 21 – 27, 1998.
- [5] L.K. Chan, S.W. Cheng y F.A. Spiring, "A new measure of process capability", *Rev. Journal of Quality Technology*, Vol. 20, No. 3, pp. 162-175, 1988.
- [6] W.L. Pearn y Chien-Wei Wub, "Production quality and yield assurance for processes with multiple independent characteristics", *European Journal of Operational Research*, Vol. 173, No. 2, pp. 637–647, 1 Sep. 2006.
- [7] W.L. Pearn, S. Kotz y N.L. Johnson, "Distributional and inferential properties of process capability indices", *Rev. Journal of Quality Technology*, Vol. 24, No. 4, pp. 216-233, 1992.
- [8] V.E. Kane, "Process capability indices", *J. Qual. Technol.*, Vol.18, No. 1, pp. 41-52, 1986.
- [9] S.M. Chen y N.F. Hsu, "The asymptotic distribution of the process capability index", *Rev. Communications in Statistics: Theory and Methods*, Vol. 24, No. 5, pp. 1279-1291, 1995.
- [10] C.H. Wang, "Constructing multivariate process capability indices for short-run production", *Rev. Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, Vol. 26, pp. 1306-1311, 2005.
- [11] Taam, W., Subbaiah, P. y Liddy, J. W. (1993). *A note on multivariate capability indices. Journal of Applied Statistics*, 20(3), pp. 339-351.
- [12] H. Chen, "A multivariate process capability index over a rectangular solid zone", *Rev. Statistica Sinica*, Vol. 4, No. 2, pp. 749-758, 1994.
- [13] H. Shahriari, N. F. Hubele y F.P. Lawrence, "A multivariate process capability vector", En: *Proceedings of the 4th Industrial Engineering Research Conference*, Vol. 1, 1995, pp. 304-309.
- [14] D. Montgomery, *Control estadístico de la calidad*. 3a Edición. Ciudad de México, México: Limusa, 1995, pp. 797.
- [15] R. L. Shinde, y K. G. Khadse, "Multivariate Process Capability Using Principal Component Analysis", *Rev. Qual. Reliab. Eng. Int.*, Vol. 25, No. 1, pp. 69-77, 2008.
- [16] A. Vargas y R. Guevara, "Process Capability Analysis Plot for a Product with Bilateral Specifications", *Rev. Col. Estad.*, Vol. 34, No. 2, pp. 287-301, 2011.

- [17] S. J. Wierda, "Multivariate statistical process control—recent results and directions for future research", *Rev. Stat. Neerl.*, Vol. 48, No. 2, pp. 147-168, 1994.
- [18] P. Castagliola, P. Maravelakis, S. Psarakis y K. Vännman, "Monitoring capability indices using run rules", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol 15, No. 4, pp. 358-370, 2009.
- [19] T. García, M. Vásquez, G. Ramírez, y J. García, "Extensión multivariante del Índice de Capacidad Real de Procesos", *Rev. Ingeniería UC*, Vo. 14, No. 3, pp. 86-91, 2007.
- [20] F. Wang, N. Hubele, F. Lawrence, J. Miskulin and H. Shahriari, "Comparison of three multivariate process capability Indices", *Journal of Quality Technology*, vol. 32, no. 3, pp. 263-275, 2000.
- [21] D. Peña, *Análisis de datos multivariantes*, 1ª. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2002, pp. 67 -122.
- [22] A. Vargas, *Control Estadístico de la Calidad*, 1st ed. Bogota: Unilibros, 2007.
- [23] E. Xekalaki and M. Perakis, "The Use of Principal Components Analysis in the Assessment of Process Capability Indices", *Joint Statistical Meetings – Section on Physical & Engineering Sciences (SPES)*, pp. 3818-3823, 2000.